ФГБОУ ВО «ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ АРХИТЕКТУРЫ И СТРОИТЕЛЬСТВА»

ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ

КАФЕДРА «МЕХАНИКА»

ХІІ МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ В СОВРЕМЕННОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ



СБОРНИК НАУЧНЫХ СТАТЕЙ

МАЙ 2025 г.

ПЕНЗА

УДК 69 (06) ББК 38 ф А 43

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ В СОВРЕМЕННОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Материалы XII международной научно-технической конференции. – Пенза, 2025

ISBN-978-5-9282-1773-0

Под редакцией доктора технических наук, профессора, зав. кафедрой «Механика» Шеина А.И.

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства»

Обращение к участникам XII международной научно-технической конференции «Актуальные проблемы механики в современном строительстве»



Уважаемые коллеги, искренне рад приветствовать вас!

XII международная научно-техническая конференция демонстрирует важность и значимость ваших целей и научной деятельности. Уверен, что насыщенная программа конференции, творческая интересные дискуссии атмосфера позволят совершенствовать знания, находить новые решения, определять направление дальнейшего развития в области науки современного строительства. И Наиболее интересные материалы конференции мы разместим в электронном журнале «Моделирование и механика конструкций».

Желаю всем плодотворной творческой работы, реализации намеченных планов и всего самого доброго.

Зав. кафедрой «Механика» ПГУАС д.т.н., профессор А.И. Шеин

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ СВАЙНЫХ ФУНДАМЕНТОВ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ В УСЛОВИЯХ ВЕЧНОЙ МЕРЗЛОТЫ

Абдуллазянов Эдвард Юнусович

ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет»,

г. Казань, Российская Федерация,

кандидат технических наук, доцент, ректор

Поляков Леонид Григорьевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г.Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Начертательная геометрия и графика»

Гарькина Валерия Александровна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г.Пенза, Российская Федерация, студент

В районах вечной мерзлоты опоры ЛЭП нередко подвергаются риску деформации и снижения несущей способности из-за оттаивания или неоднородности промерзания основания. Для обеспечения длительной эксплуатации и повышения надежности сооружений необходима интеграция новых технологий мониторинга и методов анализа состояния фундаментов [1,2].

В последние годы широкое распространение получили автоматизированные системы мониторинга с использованием беспроводных датчиков и интернет-технологий. Показано, что прогнозирование остаточного ресурса свайного основания возможно с применением технологии цифрового моделирования, в том числе с применением метода конечных элементов (МКЭ). Кроме того, широко используются лабораторные и полевые методы испытания грунтов с применением криогенных камер, позволяющих моделировать различные температурные режимы.

Для оценки надежности свайных фундаментов используется классическая методика расчета несущей способности сваи, с учетом влияния вечномерзлого

грунта [3]. Основная несущая способность сваи складывается из сопротивления грунта по боковой поверхности ($R_{\text{бок}}$) и сопротивления под острием ($R_{\text{ост}}$):

$$R = R_{oct} + R_{\delta o \kappa}$$

1. Сопротивление под острием:

$$R_{oct} = A_{oct} \cdot q_{oct}$$

Программа для автоматизации расчета восстановления кирпичной кладки фасадов объектов культурного наследия, где:

Аост — площадь подошвы сваи

q_{ост}— нормативное сопротивление грунта под острием

2. Сопротивление по боковой поверхности с учетом мерзлоты:

$$R_{\text{бок}} = \sum_{i=1}^{n} u_i * h_i * f_i$$

где

 u_{i} – периметр сваи на i-ом слое,

h_i – высота і-го слоя,

 f_i – проектное сопротивление мерзлых грунтов по боковой поверхности в іом слое (для вечномерзлых грунтов, как правило, f_i существенно выше, чем для талых).

Пример расчета:

Пусть диаметр забивной железобетонной сваи d=0,3 м, длина сваи l=6м, глубина залегания вечной мерзлоты 5 м.

Периметр сваи $u=\pi d=0,942$ м

Площадь подошвы Aост= $\pi d2/4=0,071 \text{ м}^2$

Проектное сопротивление по боковой поверхности для вечномерзлого грунта (песок, пылеватый):

 f_i =100 кПа, по данным СНИП II-15-74.

Сопротивление под острием (условный пример):

$$q_{\text{ост}}\!\!=\!\!300~\text{к}\Pi a$$
 .

Вечная мерзлота занимает 5 м свай, талик (талый слой) - 1 м

$$R_{\text{бок}}\!\!=\!\!u\!\cdot\! h_{\scriptscriptstyle{\text{M}3Л}}\!\!+\!\!f_{\scriptscriptstyle{\text{M}3Л}}\!\!+\!\!uh_{\scriptscriptstyle{\text{T}аЛ}}\!\!+\!\!f_{\scriptscriptstyle{\text{T}аЛ}}$$

Пусть $f_{\text{тал}}$ =35кПа

 $R_{60\kappa} = 0.942 \cdot 5 \cdot 100 + 0.942 \cdot 1 \cdot 35 = 471 + 33 = 504 \text{ kH}$

 $R_{\text{ост}} = 0.071 \cdot 300 = 21.3 \text{ kH}$

R=504+21,3=525,3 кH

Таким образом, расчетная несущая способность сваи — 525,3 кН. При сезонном оттаивании верхних слоев эффективность бокового сопротивления уменьшается, поэтому важно учитывать термометрические данные при проектировании и мониторинге.

Применение цифрового моделирования и мониторинга. Для повышения точности расчета и прогноза остаточного ресурса широко применяются пакеты программных продуктов (например, Plaxis 3D) с учетом термоупругих свойств мерзлых грунтов. Проведение мониторинга температуры на разных отметках сваи с помощью датчиков позволяет оперативно изменять расчетное сопротивление, снижая риски деформаций и разрушений [4,5].

Комплексное применение расчетных и цифровых методов, наряду с регулярным мониторингом свайных фундаментов, существенно снижает вероятность аварий на линиях электропередачи в районах вечной мерзлоты и обеспечивает длительную эксплуатацию объектов энергетики.

Библиографический список

- 1. Шеин А.И., Бакушев С.В., Зернов В.В., Зайцев М.Б. Опыт обследования зданий и сооружений // Моделирование и механика конструкций. -2017.— № 5. С. 16.
- 2. Данилов А.М., Гарькина И.А., Гарькин И.Н. Спектральные методы при анализе динамических систем // Региональная архитектура и строительство. 2014. № 3. С. 109-113
- 3. Гарькина И.А., Гарькин И.Н., Арискин К.М. Некоторые аспекты проведения противоаварийных работ на объектах культурного наследия // Моделирование и механика конструкций. 2024. № 20. С. 183-191

- 4. Гарькин И.Н., Гарькина В.А. Техническая экспертиза: предотвращение обрушений зданий // Вестник ПГУАС: строительство, наука и образование. 2020. № 1 (10). С. 28-32.
- 5. Попов А.О., Ахметов Ф.М., Сабитов Л.С., Гарькин И.Н., Киямова Л.И. Определение напряженно-деформированное состояния объектов культурного наследия с фундаментами свайного типа // Научно-технический вестник Поволжья. 2024. № 3. С. 55-58.

УДК 69.059.032

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХГРАННЫХ СЕЧЕНИЙ РЕШЕТЧАТЫХ ОПОР НА ПРИМЕРЕ ОПОРЫ ВОЗДУШНОЙ ЛИНИИ МАРКИ У110-4+5

Адушкин Константин Геннадьевич

ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург, Российская Федерация, аспирант **Сабитов Линар Салихзанович**

НИУ «Московский государственный строительный университет», г. Москва, Российская Федерация

доктор технических наук, профессор, советник РААСН,

профессор кафедры «Технология и организация строительного производства»

Агафонкина Наталья Викторовна

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация,

кандидат технических наук, доцент кафедры «Экономика, организация и управление производством»

Гарькина Валерия Александровна

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация, студент

На примере существующей типовой анкерной концевой опоры воздушной линии (ВЛ) марки У110-4+5 (рис.1,2) рассматривается гипотеза о том, что трехгранное сечение решетчатой опоры может предложить более низкую металлоемкость относительно базового варианта с четырехгранным сечением при сохранении требуемой надежности и несущей способности [1,2].

С помощью программного комплекса ЛИРА-САПР проверяется несущая (четырёхгранное способность опоры В базовом сечение) предлагаемом (трехгранное сечение) варианте на сочетание нагрузок, которые предусмотрены действующими нормативными документами. Расчетным способом выдвинутая гипотеза не находит подтверждения из-за существенного увеличения элементов решетки опоры действия сечения вследствие значительных крутящих моментов при аварийных режимах эксплуатации опоры с обрывом проводов, фиксируется увеличение металлоемкости на 7%.

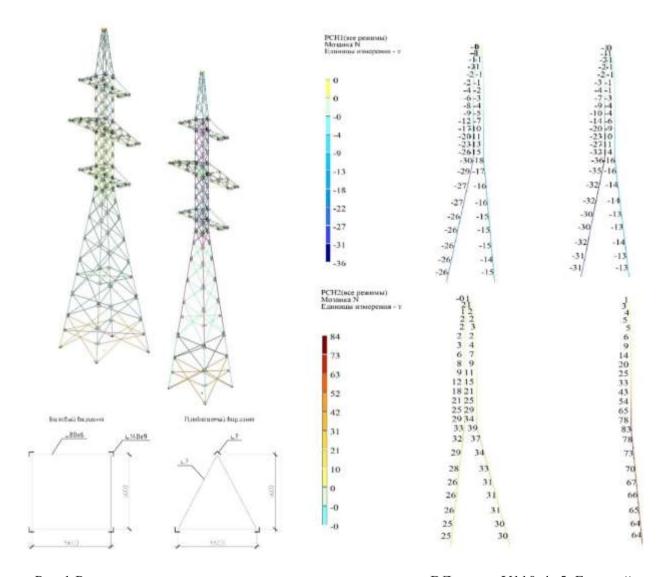


Рис.1 Рассматриваемая типовая анкерная концевая опора ВЛ марки У110-4+5. Базовый и предлагаемый варианты сечения опоры при выполнении исследования. Усилия в сжатых (сверху) и растянутых (снизу) поясах в базовом (слева) и в предлагаемом варианте (справа)

Продолжая исследование, выполняется второй эксперимент с исключением из расчётной схемы аварийных режимов, тем самым, исключая

появление значительных крутящих моментов. Результатом второго эксперимента становится фиксация снижения массы опоры на 6,3 % при применении трехгранного сечения решетчатой опоры, соответственно с учетом масштаба использования ВЛ экономия металла исчисляется сотнями тонн [3,4].

По результатам выполненных работ делаются соответствующие выводы о нецелесообразности применения предлагаемого решения (трехгранное сечение) для большинства опор ВЛ ввиду появления значительных кругящих моментов при аварийных режимах работы опор с обрывом проводов. В то же время делается вывод, что предлагаемое техническое решение может найти применение для других инженерных сооружений, в которых отсутствуют значительные крутящие моменты: опоры связи и освещения, анкерные опоры эстакад с прокладкой одного трубопровода и опоры для подвески баннеров, тросов и сеток. Отдельно предлагается выполнить аналогичные исследования по отношению к одностоечным одноцепным решетчатым типовым опорам ВЛ напряжением 220-750 кВ, которые воспринимают нагрузку от одного провода и решетчатым порталам с траверсой [5...7].

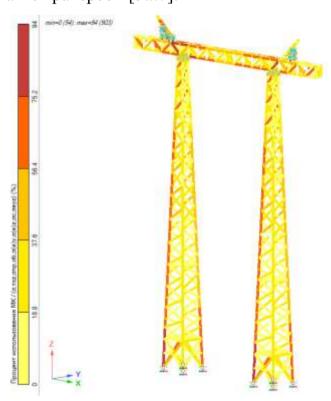


Рис. 2 Мозаика результатов проверки сечений по первому предельному состоянию в ПК ЛИРА-СОФТ

Таким образом, использование математического моделирования позволило дать наиболее реалистичную оценку состояния конструкции стальных опор, расчетная часть была использована при разработке проектно-сметной документации на реконструкцию линий электропередач. Помимо этого, очевидно, что использования трехгранной опоры даёт существенный выигрыш в металле без снижения эксплуатационных характеристик и безопасности.

Библиографический список

- 1. Шеин А.И., Бакушев С.В., Зернов В.В., Зайцев М.Б. Опыт обследования зданий и сооружений // Моделирование и механика конструкций. -2017.— № 5. С. 16.
- 2. Зиганшин А.Д., Ахтямова Л.Ш., Сабитов Л.С., Радайкин О.В., Киямов И.К. Численное моделирование конструкций сооружений башенного типа в программных комплексах ANSYS и ЛИРА-САПР // Научно-технический вестник Поволжья. 2021. № 2. С. 65-67
- 3. Сенькин Н.А., Белякова Т.Е., Мальчиков Д.А., Васильев В.С. Действительная работа стальных конструкций воздушных линий электропередачи напряжением 35 кв и выше // Металлические конструкции. 2022. Т. 28, № 1. С. 5-18.
- 4. Адушкин К.Г., Токарева Л.А., Айзатуллин М.М., Сабитов Л.С. Критический анализ конструкций технологических и кабельных эстакад, а также отдельно стоящих опор под трубопроводы промышленных предприятий // Вестник ГГНТУ. Технические науки. 2024. Т. 20, № 2(36). С. 94-105.
- 5. Евсеев А.Е., Гарькин И.Н., Абдуллазянов Э.Ю. Использование дифференциальных уравнений движения тела при определении параметров виброзащиты // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. 2024. № 4 (50). С. 127-131
- 6. Гарькин И.Н., Агафонкина Н.В. Некоторые аспекты обследования строительных конструкций здания во время капитального ремонта // Моделирование и механика конструкций. 2022. № 16. С. 103-108

7. Евсеев А.Е., Гарькин И.Н., Ахметов Ф.М. Способ получения матрицы жёсткости стержневого конечного элемента для деформационного расчета по дифференциальному уравнению // Системные технологии. − 2024. − № 2 (51). − С. 5-13

УДК 539.3/.6

ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ НЕОДНОРОДНЫХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ

Бакушев Сергей Васильевич

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»

Под неоднородным упругопластическим стержнем будем понимать такой стержень, различные части которого составляющие единое целое, выполнены из различных материалов и, следовательно, имеют различные механические характеристики, как то, объёмный вес, модуль упругости, предел текучести и так далее. Неоднородные элементы строительных И машиностроительных конструкций позволяют более качественно выполнять оптимизацию их поперечных сечений за счёт более гибкого изменения и распределения материала в пределах поперечного сечения стержня [1]. Кроме того, учёт пластической работы материала приводит к повышению его несущей способности, а, следовательно, к экономии материала.

Отечественные и зарубежные исследователи в последнее время уделяют пристальное внимание разработке теории расчёта неоднородных элементов строительных и машиностроительных конструкций с учётом пластической работы материала. Общие вопросы механики многослойных конструкций описаны в монографии [2]. Вопросы деформирования трёхслойных физически нелинейных стержней исследованы в монографии [3]. Подробное исследование современного состояния расчёта многослойных физически нелинейных

конструкций дано в работе [4]. На основании принципа Остроградского-Гамильтона определены вариации кинетической и потенциальной энергии, а также работы внешних объемных и поверхностных сил трёхслойного стержня в статье [5]. В статье [6] выполнен конечно-элементный анализ работы неоднородного шарнирно опертого стержня в статической и динамической постановках. В работе [7] исследован термосиловой изгиб несимметричного по толщине трёхслойного физически нелинейного стержня с жёстким сжимаемым нелинейно-упругим заполнителем, на упругом основании Винклера.

В данной работе рассматривается упругопластический неоднородный стержень, состоящий их жёстко связанных между собой неоднородных слоёв, часть из которых работают упруго, а часть — подчиняется диаграмме Прандтля с упрочнением. Все слои стержня одинаковой длины, но разных размеров поперечных сечений, жёстко связаны друг с другом, так, что проскальзывание между слоями исключено. Справедлива гипотеза плоских сечений.

Теоретические основы.

Рассмотрим неоднородный упругопластический стержень І-го типа [8]. Пусть стержень длиной l состоит из n-слоёв (рис. 1). Механические характеристики слоёв обозначим $E_i, D_i, A_i, \sigma_{iT}, R_i, \sigma_{ipr}; i$ = 1, 2,...,n. Здесь E_i — модули упругости; D_i — модули упрочнения; σ_{iT} — пределы текучести; A_i — площади поперечных сечений слоёв поперечного сечения стержня; R_i — расчётное сопротивление материала при упругом деформировании, σ_{ipr} — предел прочности при пластическом деформировании.

Так как стержень многослойный и разнородный, то прочность стержня будет оцениваться по тому слою, в котором нормальное напряжение первым достигнет расчётного сопротивления при упругой работе, либо предела прочности при упругопластической работе. При этом следует руководствоваться тем, что упругая или упругопластическая работа стержня задаётся, вообще говоря, условиями его эксплуатации.

Таким образом, условие прочности многослойного разнородного стержня при осевом нагружении в пределах упругих деформаций будет иметь вид:

$$\sigma_{ei}^{\text{max}} = \frac{N_i}{A_i} \le R_i \gamma_d, \ i = 1, 2, ..., n..$$
 (1)

Условие прочности многослойного разнородного стержня при осевом нагружении за пределом упругих деформаций будет иметь вид:

$$\sigma_{pi}^{\text{max}} = \frac{N_i}{A_i} \le \sigma_{ipr} \gamma_d, \ i = 1, 2, ..., n..$$
 (2)

В формулах (1) и (2) обозначено: γ_d — коэффициент условий работы.

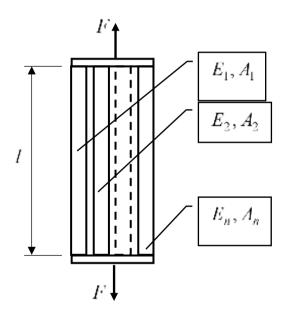


Рис. 1. Неоднородный стержень, состоящий из n - слоёв

Поскольку продольные деформации во всех слоях стержня одинаковы, то расчёт из условия жёсткости выполняется только по одному слою. Если расчётный k – й слой работает упруго, то условие жёсткости имеет вид:

$$\Delta l = \frac{N_{ek}l}{E_k A_k} \le [\Delta l]. \tag{3}$$

Если напряжение в расчётном k – ом слое больше предела текучести, то условие жёсткости имеет вид:

$$\Delta l = \frac{N_k l}{D_k A_k} - \sigma_{kT} l \frac{E_k - D_k}{E_k D_k} \le [\Delta l]. \tag{4}$$

При конструировании многослойного разнородного стержня и включения его в работу конструкции важно знать точку приложения внешней силовой нагрузки. Эта точка как правило не совпадает с центром тяжести поперечного сечения стержня. Методика определения её координат для упругого деформирования многослойного разнородного стержня изложена в статье [9]. Эта методика остаётся неизменной и при упругопластическом деформировании многослойного разнородного стержня.

Если во всех слоях нормальное напряжение не превышает свой предел текучести, то имеем следующую систему уравнений для определения продольных усилий в каждом слое стержня:

$$\frac{N_1 + N_2 + \dots + N_n = F;}{\frac{N_1 l}{E_1 A_1}} = \frac{N_2 l}{E_2 A_2} = \dots = \frac{N_n l}{E_n A_n}.$$
(5)

Решая систему уравнений (5), находим:

$$N_{1} = \frac{F}{1 + \frac{E_{2}A_{2}}{E_{1}A_{1}} + \frac{E_{3}A_{3}}{E_{1}A_{1}} + \dots + \frac{E_{n}A_{n}}{E_{1}A_{1}}};$$

$$N_{2} = \frac{F}{1 + \frac{E_{2}A_{2}}{E_{1}A_{1}} + \frac{E_{3}A_{3}}{E_{1}A_{1}} + \dots + \frac{E_{n}A_{n}}{E_{1}A_{1}}};$$

$$N_{3} = \frac{F}{1 + \frac{E_{2}A_{2}}{E_{1}A_{1}} + \frac{E_{3}A_{3}}{E_{1}A_{1}} + \dots + \frac{E_{n}A_{n}}{E_{1}A_{1}}} \frac{E_{3}A_{3}}{E_{1}A_{1}}; \dots;$$

$$N_{n} = \frac{F}{1 + \frac{E_{2}A_{2}}{E_{1}A_{1}} + \frac{E_{3}A_{3}}{E_{1}A_{1}} + \dots + \frac{E_{n}A_{n}}{E_{1}A_{1}}} \frac{E_{n}A_{n}}{E_{1}A_{1}}.$$

$$(6)$$

Рассматривая упругопластический неоднородный стержень, состоящий из n слоёв из которых нормальные напряжения в первых m слоях не превышают своих пределов текучести, а в следующих n-m слоях превышают свои пределы текучести, получим:

$$N_1 + N_2 + \dots + N_n = F;$$

$$\varepsilon_{1z} = \varepsilon_{2z} = \dots = \varepsilon_{nz}.$$
(7)

Здесь для билинейной диаграммы растяжения

$$\varepsilon_{1z} = \frac{\sigma_{1z}}{E_{1}}; \ \varepsilon_{2z} = \frac{\sigma_{2z}}{E_{2}}; ...; \ \varepsilon_{mz} = \frac{\sigma_{mz}}{E_{m}};$$

$$\varepsilon_{m+1,z} = \frac{\sigma_{m+1,z} - \sigma_{m+1,T}}{D_{m+1}} + \varepsilon_{m+1,T} = \frac{\sigma_{m+1,z}}{D_{m+1}} - \sigma_{m+1,T} \frac{E_{m+1} - D_{m+1}}{E_{m+1}D_{m+1}}; ...;$$

$$\varepsilon_{nz} = \frac{\sigma_{nz} - \sigma_{nT}}{D_{n}} + \varepsilon_{nT} = \frac{\sigma_{nz}}{D_{n}} - \sigma_{nT} \frac{E_{n} - D_{n}}{E_{n}D_{n}}.$$
(8)

Решая систему уравнений (7) с учётом зависимостей (8), найдём продольную силу в каждом однородном слое поперечного сечения стержня:

$$\begin{split} N_1 &= \frac{F - \sigma_{m+1,T} K_{m+1} A_{m+1} D_{m+1} - \sigma_{m+2,T} K_{m+2} A_{m+2} D_{m+2} - \ldots - \sigma_{nT} K_n A_n D_n}{1 + \frac{A_2 E_2}{A_1 E_1} + \frac{A_3 E_3}{A_1 E_1} + \ldots + \frac{A_m E_m}{A_1 E_1} + \frac{A_{m+1} D_{m+1}}{A_1 E_1} + \frac{A_{m+2} D_{m+2}}{A_1 E_1} + \ldots + \frac{A_n D_n}{A_1 E_1}; \\ N_2 &= N_1 \frac{A_2 E_2}{A_1 E_1}; \quad N_3 = N_1 \frac{A_3 E_3}{A_1 E_1}; \ldots; N_m = N_1 \frac{A_m E_m}{A_1 E_1}; \\ N_{m+1} &= N_1 \frac{A_{m+1} D_{m+1}}{A_1 E_1} + \sigma_{m+1,T} K_{m+1} A_{m+1} D_{m+1}; \\ N_{m+2} &= N_1 \frac{A_{m+2} D_{m+2}}{A_1 E_1} + \sigma_{m+2,T} K_{m+2} A_{m+2} D_{m+2}; \\ N_n &= N_1 \frac{A_n D_n}{A_1 E_1} + \sigma_{nT} K_n A_n D_n. \end{split}$$

Рассматривая упругопластический неоднородный стержень, состоящий из n слоёв, нормальные напряжения в котором в каждом слое превышает свой предел текучести, получим:

$$N_1 + N_2 + \dots + N_n = F;$$

$$\varepsilon_{1z} = \varepsilon_{2z} = \dots = \varepsilon_{nz}.$$
(10)

Здесь для билинейной диаграммы растяжения

$$\begin{split} & \varepsilon_{1z} = \frac{\sigma_{1z} - \sigma_{1T}}{D_1} + \varepsilon_{1T} = \frac{\sigma_{1z}}{D_1} - \sigma_{1T} \frac{E_1 - D_1}{E_1 D_1}; \\ & \varepsilon_{2z} = \frac{\sigma_{2z} - \sigma_{2T}}{D_2} + \varepsilon_{2T} = \frac{\sigma_{2z}}{D_2} - \sigma_{2T} \frac{E_2 - D_2}{E_2 D_2}; ...; \\ & \varepsilon_{nz} = \frac{\sigma_{nz} - \sigma_{nT}}{D_n} + \varepsilon_{nT} = \frac{\sigma_{nz}}{D_n} - \sigma_{nT} \frac{E_n - D_n}{E_n D_n}. \end{split}$$

Введём обозначения:

$$K_1 = \frac{E_1 - D_1}{E_1 D_1}; \ K_2 = \frac{E_2 - D_2}{E_2 D_2}; ...; \ K_n = \frac{E_n - D_n}{E_n D_n}.$$

Решая систему (10), найдём продольные силы в каждом слое стержня:

$$N_{1} = \frac{F - A_{2}D_{2}Q_{21} - A_{3}D_{3}(Q_{21} + Q_{32}) - \dots - A_{n}D_{n}(Q_{21} + Q_{32} + \dots + Q_{n,n-1})}{1 + \frac{A_{2}D_{2}}{A_{1}E_{1}} + \frac{A_{3}D_{3}}{A_{1}E_{1}} + \dots + \frac{A_{n}D_{n}}{A_{1}E_{1}}};$$

$$N_{2} = N_{1}\frac{A_{2}D_{2}}{A_{1}E_{1}} + A_{2}D_{2}Q_{21}; \ N_{3} = N_{1}\frac{A_{3}D_{3}}{A_{1}E_{1}} + A_{3}D_{3}(Q_{21} + Q_{32}); \dots;$$

$$N_{n} = N_{1}\frac{A_{n}D_{n}}{A_{1}E_{1}} + A_{n}D_{n}(Q_{21} + Q_{32} + \dots + Q_{n,n-1}).$$

$$(11)$$

Здесь

$$Q_{21} = \sigma_{2T} K_2 - \sigma_{1T} K_1; \ Q_{32} = \sigma_{3T} K_3 - \sigma_{2T} K_2; ...; \ Q_{n,n-1} = \sigma_{nT} K_n - \sigma_{n-1,T} K_{n-1}.$$

Для нормальных напряжений, равномерно распределённых по площади поперечного сечения каждого слоя, имеем связь между продольными силами и нормальными напряжениями:

$$N_1 = \sigma_{1z} A_1; \ N_2 = \sigma_{2z} A_2; ...; \ N_n = \sigma_{nz} A_n.$$
 (12)

Так как стержень при осевом растяжении (сжатии, без потери устойчивости) сохраняет прямолинейную форму, то внутренние изгибающие моменты относительно осей координат X и Y (ось Z – направлена вдоль продольной оси стержня, но, возможно, не совпадает с ней) в поперечном сечении будут равны нулю:

$$\begin{split} M_{x} &= \int_{A_{1}} \sigma_{1z} y dA + \int_{A_{2}} \sigma_{2z} y dA + \ldots + \int_{A_{n}} \sigma_{nz} y dA = \\ &= \sigma_{1z} \int_{A_{1}} y dA + \sigma_{2z} \int_{A_{2}} y dA + \ldots + \sigma_{nz} \int_{A_{n}} y dA = \\ &= \sigma_{1z} \cdot S_{1x} + \sigma_{2z} \cdot S_{2x} + \ldots + \sigma_{nz} \cdot S_{nx} = 0; \\ M_{y} &= \int_{A_{1}} \sigma_{1z} x dA + \int_{A_{2}} \sigma_{2z} x dA + \ldots + \int_{A_{n}} \sigma_{nz} x dA = \\ &= \sigma_{1z} \int_{A_{1}} x dA + \sigma_{2z} \int_{A_{2}} x dA + \ldots + \sigma_{nz} \int_{A_{n}} x dA = \\ &= \sigma_{1z} \cdot S_{1y} + \sigma_{2z} \cdot S_{2y} + \ldots + \sigma_{nz} \cdot S_{ny} = 0; \end{split}$$

Принимая во внимание соотношения (12), получим:

$$\sigma_{1z} \cdot S_{1x} + \sigma_{2z} \cdot S_{2x} + \dots + \sigma_{nz} \cdot S_{nx} = \frac{N_1}{A_1} S_{1x} + \frac{N_2}{A_2} S_{2x} + \dots + \frac{N_n}{A_n} S_{nx} = 0;$$

$$\sigma_{1z} \cdot S_{1y} + \sigma_{2z} \cdot S_{2y} + \dots + \sigma_{nz} \cdot S_{ny} = \frac{N_1}{A_1} S_{1y} + \frac{N_2}{A_2} S_{2y} + \dots + \frac{N_n}{A_n} S_{ny} = 0.$$
(13)

Здесь S_{ix} и S_{iy} - статические моменты площадей поперечных сечений i-x слоёв стержня относительно осей X,Y начало координат которых совпадает с точкой приложения равнодействующей внутренних усилий, действующих в каждом слое стержня.

Решая систему (13), находим координаты точки приложения равнодействующей внутренних усилий, действующих в каждом слое стержня.

Для неоднородной плоской фигуры единичной толщины, расположенной перпендикулярно к оси \widetilde{Z} , направленной к центру земли, центр тяжести в некоторой вспомогательной системе координат $\widetilde{X},\widetilde{Y}$ определяется формулами [10]

$$x_{c} = \frac{\int x \cdot \gamma_{s}(x, y) \cdot dA}{\int \gamma_{s}(x, y) \cdot dA} \quad ; \quad y_{c} = \frac{\int y \cdot \gamma_{s}(x, y) \cdot dA}{\int \gamma_{s}(x, y) \cdot dA} \quad . \tag{14}$$

Здесь $\gamma_s(x,y)$ — вес единицы площади плоской фигуры; $\int\limits_A \gamma_s(x,y) \cdot dA \ - \ \text{вес всей плоской фигуры}.$

Центр тяжести плоской фигуры, состоящей из n частей с разными объёмными весами, в системе вспомогательных координат $\widetilde{X},\widetilde{Y}$, будет определяться соотношениями:

$$x_{c} = \frac{\int_{A_{1}}^{X\gamma_{1}dA} + \int_{A_{2}}^{X\gamma_{2}dA} + ... + \int_{A_{n}}^{X\gamma_{n}dA}}{\int_{A_{1}}^{\gamma_{1}dA} + \int_{A_{2}}^{\gamma_{2}dA} + ... + \int_{A_{n}}^{\gamma_{n}dA}} = \frac{\gamma_{1} \int_{A_{1}}^{X} xdA + \gamma_{2} \int_{A_{2}}^{X} xdA + ... + \gamma_{n} \int_{A_{n}}^{X} xdA}{\gamma_{1}A_{1} + \gamma_{2}A_{2} + ... + \gamma_{n}A_{n}} = \frac{\gamma_{1}S_{1y} + \gamma_{2}S_{2y} + ... + \gamma_{n}S_{ny}}{\gamma_{1}A_{1} + \gamma_{2}A_{2} + ... + \gamma_{n}A_{n}};$$

$$y_{c} = \frac{\int_{A_{1}}^{Y} y\eta_{1}dA + \int_{A_{2}}^{Y} y\gamma_{2}dA + ... + \int_{A_{n}}^{Y} y\eta_{n}dA}{A_{n}} = \frac{\gamma_{1}S_{1x} + \gamma_{2}S_{2x} + ... + \gamma_{n}S_{nx}}{\gamma_{1}A_{1} + \gamma_{2}A_{2} + ... + \gamma_{n}A_{n}} = \frac{\gamma_{1}S_{1x} + \gamma_{2}S_{2x} + ... + \gamma_{n}S_{nx}}{\gamma_{1}A_{1} + \gamma_{2}A_{2} + ... + \gamma_{n}A_{n}}.$$
(15)

Здесь $\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n$ – объёмные веса материала первого, второго, ..., n – ого слоёв плоской фигуры.

Сопоставляя формулы (13) и (15) можно утверждать, то точка приложения равнодействующей продольных сил $N_1, N_2, ..., N_n$ не совпадает, вообще говоря, с центром тяжести неоднородного плоского поперечного сечения стержня. В силу этого обстоятельства внешнюю сосредоточенную силу следует прикладывать в точке приложения равнодействующей продольных сил $N_1, N_2, ..., N_n$ для обеспечения чистого осевого растяжения-сжатия стержня.

Пример.

Рассмотрим неоднородный стержень с прямоугольным поперечным сечением размерами $a \times b$ (рис. 2).

Стержень состоит из двух слоёв, выполненных из материала с разными объёмными весами γ_1 и γ_2 . Ширина первой части поперечного сечения a_1 , ширина второй части - a_2 .

Введём систему декартовых координат X,Y. Ось X совместим с горизонтальной осью симметрии плоской фигуры, а ось Y проведём, например, между центрами тяжести первой и второй фигур.

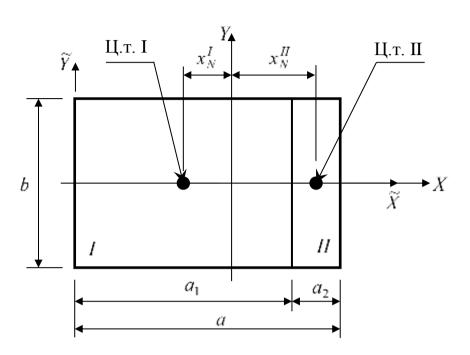


Рис. 2. К примеру.

$$T_{OP}\partial a \ S_{1x} = 0; \ S_{2x} = 0; \ S_{1y} = -A_1 x_N^I; \ S_{2y} = A_2 x_N^{II}$$

 $3 \partial e c b$ $A_1 = a_1 b$; $A_2 = a_2 b$.

Кроме того, $\frac{1}{2}a_1 + x_N^I + x_N^{II} + \frac{1}{2}a_2 = 0$, то есть

$$x_N^I = \frac{1}{2}a - x_N^{II}. (16)$$

$$S_{1y} = -a_1 b igg(rac{1}{2} a - x_N^{I\!I}igg); \ S_{2y} = a_2 b x_N^{I\!I}$$
 Следовательно,

Система (13) при этом получает вид:

$$\frac{N_1}{A_1}S_{1y} + \frac{N_2}{A_2}S_{2y} = 0, (17)$$

причём, при упругой работе стержня (формулы (6))

$$N_{1} = \frac{F}{1 + \frac{E_{2}A_{2}}{E_{1}A_{1}}}; \quad N_{2} = N_{1} \frac{E_{2}A_{2}}{E_{1}A_{1}}; \tag{18}$$

при упругопластической работе (формулы (9))

$$N_{1} = \frac{F - \sigma_{2T} K_{2} A_{2} D_{2}}{1 + \frac{D_{2} A_{2}}{E_{1} A_{1}}}; \quad N_{2} = N_{1} \frac{D_{2} A_{2}}{E_{1} A_{1}} + \sigma_{2T} K_{2} A_{2} D_{2}; \quad K_{2} = \frac{E_{2} - D_{2}}{E_{2} D_{2}}. \quad (19)$$

При пластической работе (формулы (11))

$$N_{1} = \frac{F - A_{2}D_{2}(\sigma_{2T}K_{2} - \sigma_{1T}K_{1})}{1 + \frac{D_{2}A_{2}}{D_{1}A_{1}}};$$

$$N_{2} = N_{1}\frac{D_{2}A_{2}}{D_{1}A_{1}} + A_{2}D_{2}(\sigma_{2T}K_{2} - \sigma_{1T}K_{1}).$$
(20)

Здесь ;
$$K_1 = \frac{E_1 - D_1}{E_1 D_1}$$
; ; $K_2 = \frac{E_2 - D_2}{E_2 D_2}$.

Из уравнения (17) находим

$$x_N^{II} = \frac{\frac{1}{2}aa_1\frac{N_1}{A_1}}{a_1\frac{N_1}{A_1} + a_2\frac{N_2}{A_2}}.$$
 (21)

По полученным значениям x_N^I, x_N^{II} (формулы (16) и (21)) уточняется положение оси Y .

Найдём положение центра тяжести плоской фигуры во вспомогательной системе координат $\widetilde{X},\widetilde{Y}$. Имеем:

$$x_{\text{II,T.}}^{I} = \frac{1}{2}a_1; \ y_{\text{II,T.}}^{I} = 0; \ A_1 = a_1b; \ x_{\text{II,T.}}^{II} = a_1 + \frac{1}{2}a_2; \ y_{\text{II,T.}}^{II} = 0; \ A_2 = a_2b$$

Следовательно, в соответствии с формулами (18),

$$y_c = 0; \ x_c = \frac{\gamma_1 A_1 x_{\text{II.T.}}^I + \gamma_2 A_2 x_{\text{II.T.}}^{II}}{\gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2}.$$

Исходные данные:

Первый слой стержня выполнен из бетона с объёмным весом $\gamma_1=2400\,\frac{\mathrm{Kr}}{\mathrm{M}^3}$; второй слой стержня — это сталь с объёмным весом $\gamma_2=7800\,\frac{\mathrm{Kr}}{\mathrm{M}^3}$. Модуль упругости бетона $E_1=20000\,\mathrm{M\Pi a}$; модуль упругости стали $E_2=200000\,\mathrm{M\Pi a}$. Модуль упрочнения бетона примем равным $D_1=10000\,\mathrm{M\Pi a}$; модуль упрочнения стали примем равным $D_2=100000\,\mathrm{M\Pi a}$. Предел текучести бетона $\sigma_{1\mathrm{T}}=30\,\mathrm{M\Pi a}$; предел текучести стали $\sigma_{2\mathrm{T}}=240\,\mathrm{M\Pi a}$. Размеры поперечного сечения: $a_1=0.3\,\mathrm{m}$; $b_1=b_2=b=0.25\,\mathrm{m}$; $a_2=0.2\,\mathrm{m}$.

Решение показывает:

Стержень будет работать в упругой стадии, если $F \le 13500 \,\mathrm{kH}$.

При этом, для $F = 13500 \,\mathrm{kH}$ имеем: $x_N^I = 21,73 \,\mathrm{cm}; \; x_N^{II} = 3,26 \,\mathrm{cm}.$

$$N_1 = 1760,87 \text{ kH}; \ N_2 = 11739,13 \text{ kH}.$$

$$\sigma_{1z} = 23,48 \,\mathrm{MHa}; \ \sigma_{2z} = 234,78 \,\mathrm{MHa}$$
.

Стержень будет работать в пластической стадии, если $F \ge 19000 \,\mathrm{kH}$.

При этом, для $F = 19000 \,\mathrm{kH}$ имеем: $x_N^I = 21,48 \,\mathrm{cm}$; $x_N^{II} = 3,52 \,\mathrm{cm}$.

$$N_1 = 2673,91 \,\text{kH}; \ N_2 = 16326,09 \,\text{kH}.$$

$$\sigma_{1z} = 35,65 \text{ MHa}; \ \sigma_{2z} = 326,52 \text{ MHa}.$$

Стержень будет работать в упругопластической стадии, если $13500 < F < 19000 \, \mathrm{kH} \, .$

При этом, для $F = 15000 \,\mathrm{kH}$ имеем: $x_N^I = 23,04 \,\mathrm{cm}$; $x_N^{II} = 1,96 \,\mathrm{cm}$.

$$N_1 = 1173,91 \,\text{kH}; \ N_2 = 13826,09 \,\text{kH}.$$

$$\sigma_{1z} = 15,65 \,\mathrm{M\Pi a}; \;\; \sigma_{2z} = 276,52 \,\mathrm{M\Pi a} \;.$$

Центр тяжести поперечного сечения рассматриваемого многослойного неоднородного стержня располагается в точке с координатами $x_c = 32{,}105\,\mathrm{cm};\; y_c = 0{,}0\,\mathrm{cm}.$

Выводы.

- 1. Точка приложения равнодействующей внутренних продольных сил в неоднородном многослойном упругопластическом стержне не совпадает, вообще говоря, с центром тяжести неоднородного поперечного сечения стержня.
- 2. Положение как точки приложения равнодействующей внутренних продольных сил в неоднородном многослойном упругопластическом стержне, так и значение продольных сил в каждом слое стержня определяется не только механическими характеристиками материалов неоднородностей, но и соотношением площадей поперечных сечений неоднородностей.
- 3. Для соблюдения условий осевого растяжения-сжатия неоднородного многослойного стержня необходимо внешнюю силу прикладывать в точке приложения равнодействующей внутренних продольных сил, действующих в каждом слое стержня.
- 4. Оценку прочности неоднородного слоистого стержня при осевом растяжении-сжатии следует выполнять по максимальному нормальному напряжению в каждом слое.
- 5. Оценку жёсткости неоднородного слоистого стержня при осевом растяжении-сжатии следует выполнять только по одному слою.

Библиографический список

- 1. Александров А.В. Сопротивление материалов: Учеб для вузов/А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. Под ред. А.В. Александрова. 6-е изд., стер. М.: Высш. Шк., 2008. 560 с.: ил.
- 2. Болотин, В.В. Механика многослойных конструкций / В.В. Болотин, Ю.Н. Новичков. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.

- 3. Старовойтов, Э.И. Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э.И. Старовойтов, Д.В. Леоненко, Л.Н. Рабинский. М.: Изд-во МАИ, 2016. 184 с.
- 4. Анарова Ш.А., Шокиров Д.А., Исмоилов Ш.М. Современное состояние и постановка задачи исследования трёхслойных стержней // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2022. № 4 (42). С. 54-78.
- 5. Анарова Ш.А., Исмоилов Ш.М., Шокиров Д.А. Математическая модель деформации трёхслойных стержней при пространственных нагрузках // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2023. № 5 (52). С. 56-82.
- 6. Егоров А.В. Конечно-элементный анализ продольно сжатого стержня // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2018. № 4. С. 114-118.
- 7. Леоненко Д.В. Термосиловое нагружение трехслойного стержня со сжимаемым заполнителем на упругом основании // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. 2018. № 6 (111). С. 67-73.
- 8. Бакушев С.В. К вопросу о равнопрочности неоднородных упругих стержней [Электронный ресурс]//Моделирование и механика конструкций. 2021. №13.
- 9. Бакушев С.В., Шереметьева М.И. К вопросу об осевом растяжении-сжатии неоднородных упругих стержней. [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2024. №20. С. 17.
- 10. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. В двух томах. Т. 1. Статика и кинематика. 3-е изд., стереотип. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 272 с.

ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ НЕОДНОРОДНЫХ УПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ

Бакушев Сергей Васильевич

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г.Пенза, Российская Федерация. доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»

Лабашина Дарья Михайловна

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г.Пенза, Российская Федерация, студент

Рассмотрим упругий стержень с неоднородностью ІІ-го типа [5], находящийся в условиях осевого растяжения-сжатия. Пусть стержень длиной l_1 состоит из трёх частей, две из которых имею длины l_2 и l_3 соответственно, причём $l_1=l_2+l_3$ (рис. 1). Механические характеристики первой части обозначим E_1 , A_1 , второй части E_2 , A_2 и третьей - E_3 , A_3 . Здесь E_1 , E_2 , E_3 - модули упругости, A_1 , A_2 , A_3 - площади поперечного сечения соответствующих частей стержня.

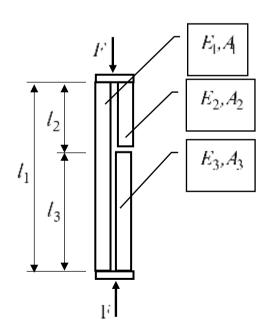


Рис. 1. Неоднородный упругий стержень, состоящий из трёх частей

Следует отметить, что распределение неоднородностей по длине стержня может быть самым разнообразным: неоднородности длинами l_2 и l_3 могут располагаться в разных частях стержня. Поперечное сечение неоднородностей также может быть совершенно произвольным.

В соответствии с гипотезой плоских сечений внутренние продольные силы в каждой однородной части поперечного сечения будут определяться по формулам [5]:

$$N_{1} = \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right) \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}};$$

$$N_{2} = N_{3} = \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)}.$$
(1)

Продольные силы в каждой однородной части поперечного сечения связаны с нормальными напряжениями соотношениями:

$$N_1 = \sigma_{1z} A_1; \ N_2 = \sigma_{2z} A_2; \ N_3 = \sigma_{3z} A_3.$$
 (2)

Будем считать, что на каждом неоднородном участке, то есть в пределах длин l_2 и l_3 , стержень сохраняет прямолинейную форму. В силу того, что стержень находится в условиях осевого растяжения (сжатия), прямолинейная форма стержня должна сохраняться на всей длине l_1 . Покажем, что это условие не выполняется. Для этого найдём точку приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_2 на участке длиной l_2 (рис. 2), а затем найдём точку приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_3 на участке длиной l_3 (рис. 3).

Точка приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_2 на участке длиной l_2 определяется из условия, что внутренние изгибающие моменты от продольных сил N_1 и N_2 относительно осей X_2 , Y_2 , проходящих через точку приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_2 , равны нулю:

$$\begin{split} M_{x} &= \int_{A_{1}} \sigma_{1z} y dA + \int_{A_{2}} \sigma_{2z} y dA = \sigma_{1z} \int_{A_{1}} y dA + \sigma_{2z} \int_{A_{2}} y dA = \\ &= \sigma_{1z} \cdot S_{1x_{2}} + \sigma_{2z} \cdot S_{2x_{2}} = 0; \\ M_{y} &= \int_{A_{1}} \sigma_{1z} x dA + \int_{A_{2}} \sigma_{2z} x dA = \sigma_{1z} \int_{A_{1}} x dA + \sigma_{2z} \int_{A_{2}} x dA = \\ &= \sigma_{1z} \cdot S_{1y_{2}} + \sigma_{2z} \cdot S_{2y_{2}} = 0. \end{split}$$

Учитывая соотношения (1), получим:

$$\sigma_{1z} \cdot S_{1x_{2}} + \sigma_{2z} \cdot S_{2x_{2}} = \frac{1}{A_{1}} \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}}} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right) \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right) \times \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} S_{1x_{2}} + \frac{1}{A_{2}} \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}}} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right) S_{2x_{2}} = 0;$$

$$\sigma_{1z} \cdot S_{1y_{2}} + \sigma_{2z} \cdot S_{2y_{2}} = \frac{1}{A_{1}} \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}}} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right) \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right) \times \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} S_{1y_{2}} + \frac{1}{A_{2}} \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}}} \left(\frac{l_{2}}{E_{1}A_{1}} + \frac{l_{3}}{E_{1}A_{1}}\right) S_{2y_{2}} = 0.$$

$$(3)$$

В системе (3), в соответствии с рис. 2

$$S_{1x_{2}} = A_{1} \cdot y_{2N}^{I}; \quad S_{2x_{2}} = -A_{2} \cdot y_{2N}^{II};$$

$$S_{1y_{2}} = -A_{1} \cdot x_{2N}^{I}; \quad S_{2y_{2}} = A_{2} \cdot x_{2N}^{II}.$$
(4)

В соотношениях (4)

 x_{2N}^I, x_{2N}^{II} — расстояния вдоль оси X_2 от центров тяжести первой и второй частей плоской фигуры до точки приложения равнодействующей сил N_1 и N_2 , то есть до оси Y_2 ;

 y_{2N}^I, y_{2N}^{II} — расстояния вдоль оси Y_2 от центров тяжести первой и второй частей плоской фигуры до точки приложения равнодействующей сил N_1 и N_2 , то есть до оси X_2 .

При этом предполагается, что начало координат системы X_2,Y_2,Z_2 совпадает с точкой приложения равнодействующей сил N_1 и N_2 , причём оси X_2,Y_2 располагаются между центрами тяжести первой и второй частями поперечного сечения стержня (рис. 2).

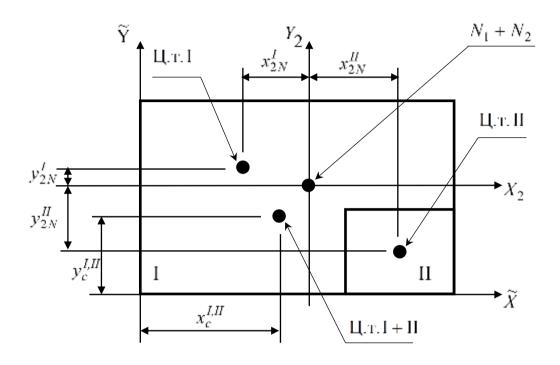


Рис. 2. Поперечное сечение на уровне второй неоднородности

Рассматривая геометрию поперечного сечения неоднородного стержня на участке l_2 , можно найти соотношение между величинами x_{2N}^{I}, x_{2N}^{II} , а также между величинами y_{2N}^{I}, y_{2N}^{II} :

$$x_{2N}^{I} = f_1(x_{2N}^{II}); \quad y_{2N}^{I} = f_2(y_{2N}^{II}).$$
 (5)

Из уравнений (3), с учётом соотношений (4) и (5) можно найти координаты точки приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_2 в поперечном сечении стержня на участке l_2 :

$$\frac{\left(\frac{l_2}{E_2 A_2} + \frac{l_3}{E_3 A_3}\right)}{1 + \frac{E_1 A_1}{l_1} \left(\frac{l_2}{E_2 A_2} + \frac{l_3}{E_3 A_3}\right)} \frac{E_1 A_1}{l_1} \cdot f_2\left(y_{2N}^{II}\right) - \frac{y_{2N}^{II}}{1 + \frac{E_1 A_1}{l_1} \left(\frac{l_2}{E_2 A_2} + \frac{l_3}{E_3 A_3}\right)} = 0 ;$$

$$-\frac{\left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}}+\frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)}{1+\frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}}\left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}}+\frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)}\frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}}\cdot f_{1}\left(x_{2N}^{II}\right)-\frac{x_{2N}^{II}}{1+\frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}}\left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}}+\frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)}=0.$$

Точка приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_3 на участке длиной l_3 определяется из условия, что внутренние изгибающие моменты от продольных сил N_1 и N_3 относительно осей X_3, Y_3 , проходящих через точку приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_3 , равны нулю:

$$\begin{split} M_{x} &= \int_{A_{1}} \sigma_{1z} y dA + \int_{A_{3}} \sigma_{3z} y dA = \sigma_{1z} \int_{A_{1}} y dA + \sigma_{3z} \int_{A_{3}} y dA = \\ &= \sigma_{1z} \cdot S_{1x_{3}} + \sigma_{3z} \cdot S_{2x_{3}} = 0; \\ M_{y} &= \int_{A_{1}} \sigma_{1z} x dA + \int_{A_{3}} \sigma_{3z} x dA = \sigma_{1z} \int_{A_{1}} x dA + \sigma_{3z} \int_{A_{3}} x dA = \\ &= \sigma_{1z} \cdot S_{1y_{3}} + \sigma_{3z} \cdot S_{3y_{3}} = 0. \end{split}$$

Учитывая соотношения (1), получим:

$$\begin{split} &\sigma_{1z} \cdot S_{1x_{3}} + \sigma_{3z} \cdot S_{3x_{3}} = \frac{1}{A_{1}} \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right) \times \\ &\times \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} S_{1x_{3}} + \frac{1}{A_{3}} \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)} S_{3x_{3}} = 0; \\ &\sigma_{1z} \cdot S_{1y_{3}} + \sigma_{3z} \cdot S_{3y_{3}} = \frac{1}{A_{1}} \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right) \times \\ &\times \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} S_{1y_{3}} + \frac{1}{A_{3}} \frac{F}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} \left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)} S_{3y_{3}} = 0. \end{split}$$

В системе (7) в соответствии с рис. 3

$$S_{1x_3} = -A_1 \cdot y_{3N}^I; S_{3x_3} = A_3 \cdot y_{3N}^{III};$$

$$S_{1y_3} = -A_1 \cdot x_{3N}^I; \quad S_{3y_3} = A_3 \cdot x_{3N}^{III}.$$
 (8)

В соотношениях (8)

 x_{3N}^I, x_{3N}^{III} — расстояния вдоль оси X_3 от центров тяжести первой и третьей частей плоской фигуры до точки приложения равнодействующей сил N_1 и N_3 , то есть до оси Y_3 ;

 y_{3N}^I, y_{3N}^{III} – расстояния вдоль оси Y_3 от центров тяжести первой и третьей частей плоской фигуры до точки приложения равнодействующей сил N_1 и N_3 , то есть до оси X_3 .

При этом предполагается, что начало координат системы X_3,Y_3,Z_3 совпадает с точкой приложения равнодействующей сил N_1 и N_3 , причём оси X_3,Y_3 располагаются между центрами тяжести первой и третьей частями поперечного сечения стержня (рис. 3).

Рассматривая геометрию поперечного сечения неоднородного стержня на участке l_3 , можно найти соотношение между величинами x_{3N}^{I}, x_{3N}^{III} , а также между величинами y_{3N}^{I}, y_{3N}^{III} :

$$x_{3N}^{I} = f_3(x_{3N}^{III}); \quad y_{3N}^{I} = f_4(y_{3N}^{III}).$$
 (9)

Из уравнений (7), с учётом соотношений (8) и (9) можно найти координаты точки приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_3 в поперечном сечении стержня на участке l_3 :

$$-\frac{\left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}}\left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)} \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}} \cdot f_{4}\left(y_{3N}^{III}\right) - \frac{y_{3N}^{III}}{1 + \frac{E_{1}A_{1}}{l_{1}}\left(\frac{l_{2}}{E_{2}A_{2}} + \frac{l_{3}}{E_{3}A_{3}}\right)} = 0;$$

$$(10)$$

$$-\frac{\left(\frac{l_2}{E_2A_2} + \frac{l_3}{E_3A_3}\right)}{1 + \frac{E_1A_1}{l_1}\left(\frac{l_2}{E_2A_2} + \frac{l_3}{E_3A_3}\right)} \frac{E_1A_1}{l_1} \cdot f_3\left(x_{3N}^{III}\right) - \frac{x_{3N}^{III}}{1 + \frac{E_1A_1}{l_1}\left(\frac{l_2}{E_2A_2} + \frac{l_3}{E_3A_3}\right)} = 0.$$

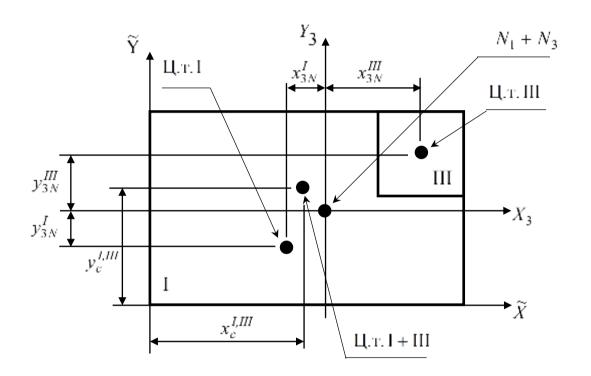


Рис. 3. Поперечное сечение на уровне третьей неоднородности

Центр тяжести.

Для неоднородной плоской фигуры единичной толщины, расположенной перпендикулярно к оси \widetilde{Z} , направленной к центру земли, центр тяжести в некоторой вспомогательной системе координат $\widetilde{X},\widetilde{Y}$ определяется формулами [6]:

$$x_{c} = \frac{\int x \cdot \gamma_{s}(x, y) \cdot dA}{\int \gamma_{s}(x, y) \cdot dA} \quad ; \quad y_{c} = \frac{\int y \cdot \gamma_{s}(x, y) \cdot dA}{\int \gamma_{s}(x, y) \cdot dA} \quad . \tag{11}$$

Здесь $\gamma_s(x,y)$ — вес единицы площади плоской фигуры; $\int\limits_A \gamma_s(x,y) \cdot dA \ - \ \text{вес всей плоской фигуры}.$

Центр тяжести плоской фигуры, состоящей из двух частей с разными объёмными весами, будет определяться в системе вспомогательных координат $\widetilde{X},\widetilde{Y}$, (рис. 2), в соответствии с формулами (11), на участке l_2 соотношениями

$$x_{c} = \frac{\int_{A_{1}}^{A_{1}} x \cdot \gamma_{1} \cdot dA + \int_{A_{2}}^{A_{2}} x \cdot \gamma_{2} \cdot dA}{\int_{A_{1}}^{A_{1}} y \cdot dA + \int_{A_{2}}^{A_{2}} y \cdot dA} = \frac{\gamma_{1} \int_{A_{1}}^{A_{1}} x \cdot dA + \gamma_{2} \int_{A_{2}}^{A_{2}} x \cdot dA}{\gamma_{1} A_{1} + \gamma_{2} A_{2}} = \frac{\gamma_{1} S_{1y} + \gamma_{2} S_{2y}}{\gamma_{1} A_{1} + \gamma_{2} A_{2}};$$

$$y_{c} = \frac{\int_{A_{1}}^{A_{1}} y \cdot \gamma_{1} \cdot dA + \int_{A_{2}}^{A_{2}} y \cdot y_{2} \cdot dA}{\int_{A_{1}}^{A_{2}} y \cdot dA + \int_{A_{2}}^{A_{2}} y \cdot dA +$$

На участке l_3 координаты центра тяжести плоской фигуры в тех же вспомогательных координатах $\widetilde{X},\widetilde{Y}$ (рис. 3) будут определяться так:

$$x_{c} = \frac{\int_{A_{1}}^{X} x \cdot \gamma_{1} \cdot dA + \int_{A_{3}}^{X} x \cdot \gamma_{3} \cdot dA}{\int_{A_{1}}^{Y} \gamma_{1} \cdot dA + \int_{A_{3}}^{Y} \gamma_{3} \cdot dA} = \frac{\gamma_{1} \int_{A_{1}}^{X} x \cdot dA + \gamma_{3} \int_{A_{3}}^{X} x \cdot dA}{\gamma_{1} A_{1} + \gamma_{2} A_{3}} = \frac{\gamma_{1} S_{1y} + \gamma_{3} S_{3y}}{\gamma_{1} A_{1} + \gamma_{3} A_{3}};$$

$$y_{c} = \frac{\int_{A_{1}}^{Y} y \cdot \gamma_{1} \cdot dA + \int_{A_{3}}^{Y} y \cdot \gamma_{3} \cdot dA}{\int_{A_{1}}^{Y} \gamma_{1} \cdot dA + \int_{A_{3}}^{Y} \gamma_{3} \cdot dA} = \frac{\gamma_{1} \int_{A_{3}}^{Y} y \cdot dA + \gamma_{3} \int_{A_{3}}^{Y} y \cdot dA}{\gamma_{1} A_{1} + \gamma_{3} A_{3}} = \frac{\gamma_{1} S_{1x} + \gamma_{3} S_{3x}}{\gamma_{1} A_{1} + \gamma_{3} A_{3}}.$$
(13)

В формулах (12) и (13) $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ - объёмные веса первой, второй и третьей частей неоднородного стержня.

Следует отметить, что координаты центров тяжести поперечного сечения стержня на участках l_2 и l_3 в системе вспомогательных координат $\widetilde{X},\widetilde{Y}$, вообще говоря, не совпадают.

Анализ результатов.

Сопоставляя формулы (6) и (12), а также формулы (10) и (13) можно утверждать, что точка приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_2 на участке l_2 и точка приложения равнодействующей продольных сил N_1 и N_2 на участке l_3 не совпадают, вообще говоря, с центрами тяжести неоднородного

плоского поперечного сечения стержня на участках l_2 и l_3 . Кроме того, сопоставляя формулы (6) и (10) видим, что точка приложения равнодействующей R_{12} продольных сил N_1 и N_2 на участке l_2 и точка приложения равнодействующей R_{13} продольных сил N_1 и N_2 на участке l_3 также не совпадают.

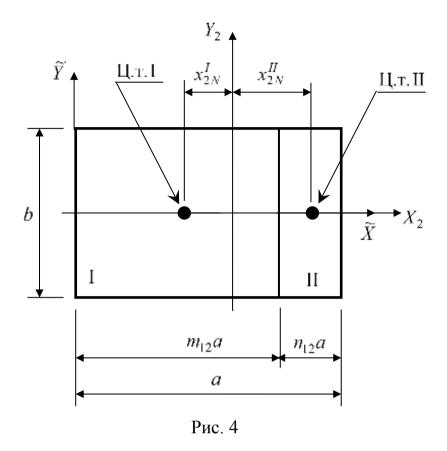
Следовательно, продольные силы R_{12} и R_{13} создают относительно друг друга внутренний момент M_R в сечении на стыке участков l_2 и l_3 . Плоскость действия этого момента зависит в самом общем случае от геометрии рассматриваемого неоднородного стержня, а также его механических характеристик.

Таким образом, рассматриваемый неоднородный стержень на стыке участков l_2 и l_3 будет испытывать, вообще говоря, косой изгиб. Кроме того, для обеспечения напряжённо-деформированного состояния неоднородного стержня соответствующего, вообще говоря, условиям осевого растяжения-сжатия, внешнюю сосредоточенную силу F следует прикладывать в точке поперечного сечения, координаты которой соответствуют точке приложения равнодействующей сил R_{12} и R_{13} . Но поскольку силы R_{12} и R_{13} действуют на разных участках стержня, то в этом случае внешняя сила F и на участке длиной l_2 , и на участке длиной l_3 будет приложена вне точек приложения равнодействующих сил R_{12} и R_{13} .

Таким образом, неоднородный стержень будет находиться в условиях внецентренного растяжения-сжатия и испытывать косой изгиб на стыке второго и третьего участков.

Пример.

Рассмотрим неоднородный стержень с прямоугольным поперечным сечением размерами $a \times b$. Стержень состоит из трёх частей, выполненных из материала с разными объёмными весами γ_1, γ_2 и γ_3 . На рис. 4 показано поперечное сечение стержня на участке l_2 , на рис. 5 показано поперечное сечение стержня на участке l_3 .



В соответствии с рис. 4 и рис. 5 имеем $m_{12}+n_{12}=1$ и $m_{13}+n_{13}=1$ и, кроме того, $A_1=m_{12}ab=m_{13}ab$, то $m_{12}=m_{13}$. Следовательно, $n_{13}=1-m_{12}$.

Далее (см. рис. 4)

$$S_{1x_2} = 0$$
; $S_{2x_2} = 0$; $S_{1y_2} = -A_1 \cdot x_{2N}^I$; $S_{2y_2} = A_2 \cdot x_{2N}^{II}$.

 $_{3$ десь $A_1 = m_{12}ab; A_2 = n_{12}ab$

Кроме того, $\frac{1}{2}m_{12}a+x_{2N}^I+x_{2N}^{II}+\frac{1}{2}n_{12}a=a$, то есть $x_{2N}^I=\frac{1}{2}a-x_{2N}^{II}.$

$$S_{1y_z} = -m_{12}abigg(rac{1}{2}a - x_{2N}^{II}igg)$$
 ; $S_{2y_2} = n_{12}ab\cdot x_{2N}^{II}$. Следовательно,

Таким образом, система (6) сводится к одному уравнению:

$$-\left(\frac{l_2}{E_2A_2} + \frac{l_3}{E_3A_3}\right)\frac{1}{2}a + \left(\frac{l_1}{E_1A_1} + \frac{l_2}{E_2A_2} + \frac{l_3}{E_3A_3}\right)x_{2N}^{II} = 0,$$

откуда
$$x_{2N}^{II}=rac{\left(rac{l_2}{E_2A_2}+rac{l_3}{E_3A_3}
ight)\!rac{1}{2}a}{rac{l_1}{E_1A_1}+rac{l_2}{E_2A_2}+rac{l_3}{E_3A_3}}.$$

По полученному значению x_{2N}^{II} уточняется положение оси Y_2 .

Найдём положение центра тяжести плоской фигуры (рис. 4) во вспомогательной системе координат . Имеем:

$$x_{\mu.m.}^{I} = \frac{1}{2}m_{12}a; \quad y_{\mu.m.}^{I} = 0; \quad A_{1} = m_{12}ab.$$

$$x_{u.m.}^{II} = m_{12}a + \frac{1}{2}n_{12}a; \quad y_{u.m.}^{II} = 0; \quad A_2 = n_{12}ab.$$

Следовательно,
$$y_{c12}=0$$
; $x_{c12}=\frac{\gamma_1A_1x_{u.m.}^I+\gamma_2A_2x_{u.m.}^{II}}{\gamma_1A_1+\gamma_2A_2}$.

В соответствии с рис. 5, получаем:

$$S_{1x_3} = -A_1 \cdot y_{3N}^I$$
; $S_{3x_3} = A_3 \cdot y_{3N}^{III}$; $S_{1y_3} = 0$; $S_{3y_3} = 0$.

 $3\pi ech$ $A_1 = m_{13}ab$; $A_3 = n_{13}ab$.

Кроме того,
$$\frac{1}{2}m_{13}b + y_{3N}^I + y_{3N}^{III} + \frac{1}{2}n_{13}b = b$$
, то есть $y_{3N}^I = \frac{1}{2}b - y_{3N}^{III}$.

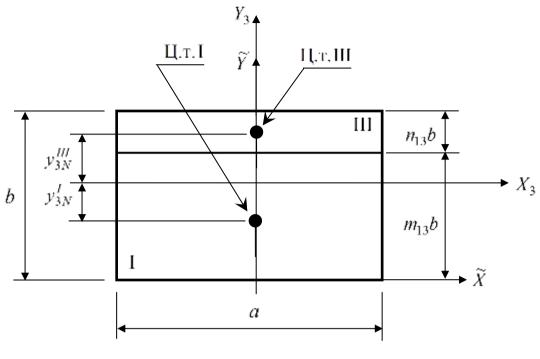


Рис. 5

$$S_{1x_3}=-m_{13}abigg(rac{1}{2}b-y_{3N}^{I\!I\!I}igg)\;;\;\;S_{3y_3}=n_{13}ab\cdot y_{3N}^{I\!I\!I}.$$
 Следовательно,

Таким образом, система (7) сводится к одному уравнению:

$$\begin{split} -\left(\frac{l_2}{E_2A_2} + \frac{l_3}{E_3A_3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}b - y_{3N}^{III}\right) + \frac{l_1}{E_1A_1}y_{3N}^{III} &= 0, \\ y_{3N}^{III} &= \frac{\left(\frac{l_2}{E_2A_2} + \frac{l_3}{E_3A_3}\right)\frac{1}{2}b}{\frac{l_1}{E_1A_1} + \frac{l_2}{E_2A_2} + \frac{l_3}{E_3A_3}}. \end{split}$$

откуда

По полученному значению y_{3N}^{III} уточняется положение оси X_3 .

Найдём положение центра тяжести плоской фигуры (рис. 5) во вспомогательной системе координат $\widetilde{X},\widetilde{Y}$. Имеем:

$$x_{u.m.}^{I} = 0; \quad y_{u.m.}^{I} = \frac{1}{2}m_{13}b; \quad A_{1} = m_{13}ab.$$

$$x_{u.m.}^{II} = 0; \quad y_{u.m.}^{II} = m_{13}b + \frac{1}{2}n_{13}b; \quad A_2 = n_{13}ab.$$

Следовательно,
$$x_{c13}=0$$
; $y_{c13}=\frac{\gamma_1A_1y_{\mathit{u.m.}}^I+\gamma_2A_2y_{\mathit{u.m.}}^{III}}{\gamma_1A_1+\gamma_3A_3}$.

Исходные данные:

Первая часть стержня выполнена из бетона с объёмным весом $\gamma_1=2400\frac{\mathrm{K}\Gamma}{\mathrm{M}^3}$; вторая часть выполнена из материала с объёмным весом $\gamma_2=5100\frac{\mathrm{K}\Gamma}{\mathrm{M}^3}$; третья часть стержня — это сталь с объёмным весом $\gamma_3=7800\frac{\mathrm{K}\Gamma}{\mathrm{M}^3}$. Модуль упругости бетона $E_1=20000\,\mathrm{M\Pi a}$; модуль упругости стали $E_3=200000\,\mathrm{M\Pi a}$; модуль упругости материала второй части $E_2=100000\,\mathrm{M\Pi a}$. Размеры поперечного сечения: $a=0.6\,\mathrm{m}$; $b=0.4\,\mathrm{m}$. Длины частей стержня: $l_1=9\,\mathrm{m}$, $l_2=3\,\mathrm{m}$, $l_3=6\,\mathrm{m}$.

Коэффициенты: $m_{12} = 0.6$; $n_{12} = 0.4$; $m_{13} = 0.6$; $n_{13} = 0.4$.

Результаты вычислений представлены ниже:

$$A_1 = 1440 \,\mathrm{cm}^2$$
; $A_2 = 960 \,\mathrm{cm}^2$; $A_3 = 960 \,\mathrm{cm}^2$.

$$x_{2N}^I = 25 \text{ cm}; \ y_{2N}^I = 0 \text{ cm}; \ x_{2N}^{II} = 5 \text{ cm}; \ y_{2N}^{II} = 0 \text{ cm}; \ y_{c12}^{II} = 0 \text{ cm}; \ x_{c12} = 35.6 \text{ cm}.$$

Расстояние от левой стороны площади до точки приложения равнодействующей сил N_1 и N_2 : 43 см.

Расстояние между центром тяжести и точкой приложения равнодействующей сил N_1 и N_2 : 7,4 см.

$$x_{2N}^I = 0 \text{ cm}; \ y_{2N}^I = 16,67 \text{ cm}; \ x_{2N}^{II} = 0 \text{ cm}; \ y_{2N}^{III} = 3,33 \text{ cm};$$
 $y_{c13} = 25,7 \text{ cm}; \ x_{c13} = 0 \text{ cm}.$

Расстояние от нижней стороны площади до точки приложения равнодействующей сил N_1 и N_2 : 28,67 см.

Расстояние между центром тяжести и точкой приложения равнодействующей сил N_1 и N_2 : 2,98 см.

Выводы.

- 1. Точки приложения равнодействующей внутренних продольных сил в неоднородном упругом стержне в рассматриваемых сечениях не совпадают, вообще говоря, с центрами тяжести рассматриваемых неоднородных поперечных сечений стержня.
- 2. Положения точек приложения равнодействующей внутренних продольных сил в неоднородном упругом стержне не зависят от действующей внешней нагрузки на стержень.
- 3. Точка приложения равнодействующей внутренних продольных сил в неоднородном упругом стержне может совпасть с центром тяжести неоднородного поперечного сечения стержня либо на участке l_2 , либо на участке l_3 при определённых условиях.
- 4. Для обеспечения напряжённо-деформированного состояния неоднородного стержня соответствующего, вообще говоря, условиям осевого растяжения-сжатия, внешнюю сосредоточенную силу F следует прикладывать в точке поперечного сечения, координаты которой соответствуют точке приложения равнодействующей сил R_{12} и R_{13} .
- 5. В неоднородном упругом стержне на стыке участков возникает внутренний косой, вообще говоря, изгиб.
- 6. Неоднородный стержень под действием осевых нагрузок будет находиться в условиях внецентренного растяжения-сжатия и испытывать косой изгиб на стыке второго и третьего участков.

Библиографический список

- 1. Александров А.В. Сопротивление материалов: Учеб для вузов/А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. Под ред. А.В. Александрова. 6-е изд., стер. М.: Высш. шк., 2008. 560 с.: ил.
- 2. Горбачев В.И. Инженерная теория сопротивления неоднородных стержней из композиционных материалов. // Вестник Московского государственного

технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия Естественные науки. 2016. № 6 (69). С. 56-72.

- 3. Мищенко А.В., Ромадинов И.В. Оценка прочности гибкого слоистонеоднородного стержня при термосиловом воздействии. // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2020. № 2 (53). С. 78-85.
- 4. Труфанов А.Н., Лесникова Ю.И., Труфанов Н.А., Сметанников О.Ю. Выбор критерия конструкционной прочности неоднородного кварцевого стержня на основе натурных и вычислительных экспериментов. // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9. № 1. С. 97-108.
- 5. Бакушев С.В. К вопросу о равнопрочности неоднородных упругих стержней [Электронный ресурс]//Моделирование и механика конструкций. 2021. №13.
- 6. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. В двух томах. Т. 1. Статика и кинематика. 3-е изд., стереотип. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 272 с.

УДК 539.3/.6

ПРОГИБЫ В МНОГОСЛОЙНЫХ БАЛКАХ

Бакушев Сергей Васильевич

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г.Пенза, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»

Ахмедханов Хаким Рагимханович

Республика Дагестан, студент

Неоднородные упругие балки, в силу особенностей распределения нормальных напряжений по высоте поперечного сечения, обладают некоторыми преимуществами перед однородными балками. В частности, при использовании неоднородных балок можно повысить жёсткостные и прочностные характеристики балки с тем же поперечным сечением, что и у однородной балки

[1]. Вопросами расчёта неоднородных многослойных балок как из условия прочности, так и из условия жёсткости занимались многие отечественные и зарубежные исследователи. Вопросы определения положения нейтральной линии и оценки несущей способности многослойной балки рассматривались в статье [2]. В работе [3] даётся общее решение задачи об изгибе многослойной балки в рядах Фурье. В статьях [4] и [5] приводится решение и даётся анализ напряжённо-деформированного состояния многослойной балки при поперечном изгибе. В работе [6] проанализирован опыт российских и зарубежных исследователей при оценке прочности нормального сечения изгибаемых многослойных элементов.

В статье [7] приводится методика расчета многослойных балок методом конечных элементов в сочетании с методом контактного слоя. В работе [8] рассмотрены вопросы работы многослойных стеклянных конструкций на центральное, внецентренное сжатие и изгиб. В статье [9] даётся вывод математической модели деформирования трёхслойных стержней при учете вариаций кинетической и потенциальной энергий, а также работы внешних объемных и поверхностных сил.

В данной работе методом интегрирования дифференциального уравнения изогнутой оси многослойной неоднородной консольной упругой балки определяются перемещения точек её изогнутой оси. При этом предполагается, что гипотеза плоских сечений и гипотеза о ненадавливании продольных волокон остаётся справедливой. Перемещения также считаются малыми. Сдвиги между слоями балки отсутствуют.

Теоретические основы.

Для многослойной неоднородной упругой балки, содержащей n- разнородных слоёв, из которых k- слоёв находятся в сжатой зоне, а m- слоёв находятся в растянутой зоне поперечного сечения, так что k+m+1=n (предполагается, что один из средних слой с номером ноль делится нейтральной линией на две части), у которой каждый i-й слой характеризуется своими

значениями модуля упругости E_i и расчётного сопротивления материала R_i нормальные напряжения в поперечных сечениях будут определяться зависимостями:

$$\sigma_{i}^{(-)} = E_{i}^{(-)} \frac{\sum_{j=1}^{i-1} h_{j}^{(-)} + y_{i}}{\rho}, i = 1, 2, ..., k; \quad \sigma_{0}^{(-)} = E_{0} \frac{y_{0}^{(-)}}{\rho};$$

$$\sigma_{0}^{(+)} = E_{0} \frac{y_{0}^{(+)}}{\rho}; \quad \sigma_{i}^{(+)} = E_{i}^{(+)} \frac{\sum_{j=1}^{i-1} h_{j}^{(+)} + y_{i}}{\rho}, i = 1, 2, ..., m.$$
(1)

Здесь и в дальнейшем $E_i^{(-)}$ — означает модуль упругости материала слоя балки, расположенного в сжатой зоне поперечного сечения; $E_i^{(+)}$ — означает модуль упругости материала слоя балки, расположенного в растянутой зоне поперечного сечения. Вообще говоря, $E_i^{(-)} \neq E_i^{(+)}$.

Положение нейтральной линии (оси X) можно найти из условия равенства нулю продольной силы:

$$\begin{split} N &= -\int\limits_{A_{k}^{(-)}} \sigma_{k}^{(-)} dA - \int\limits_{A_{k-1}^{(-)}} \sigma_{k-1}^{(-)} dA - \cdots - \int\limits_{A_{1}^{(-)}} \sigma_{1}^{(-)} dA - \int\limits_{A_{0}^{(-)}} \sigma_{0}^{(-)} dA + \\ &+ \int\limits_{A_{0}^{(+)}} \sigma_{0}^{(+)} dA + \int\limits_{A_{1}^{(+)}} \sigma_{1}^{(+)} dA + \int\limits_{A_{2}^{(+)}} \sigma_{2}^{(+)} dA + \cdots + \int\limits_{A_{m}^{(+)}} \sigma_{m}^{(+)} dA = \\ &= -\frac{E_{k}^{(-)}}{\rho} S_{x}^{(k)(-)} - \frac{E_{k-1}^{(-)}}{\rho} S_{x}^{(k-1)(-)} - \cdots - \frac{E_{1}^{(-)}}{\rho} S_{x}^{(1)(-)} - \\ &- \frac{E_{0}^{(-)}}{\rho} S_{x}^{(0)(-)} + \frac{E_{0}^{(+)}}{\rho} S_{x}^{(0)(+)} + \frac{E_{1}^{(+)}}{\rho} S_{x}^{(1)(+)} + \frac{E_{2}^{(+)}}{\rho} S_{x}^{(2)(+)} + \\ &+ \cdots + \frac{E_{m}^{(+)}}{\rho} S_{x}^{(m)(+)} = 0. \end{split}$$

То есть

$$-E_{k}^{(-)}S_{x}^{(k)(-)} - E_{k-1}^{(-)}S_{x}^{(k-1)(-)} - \dots - E_{1}^{(-)}S_{x}^{(1)(-)} - \dots - E_{1}^{(-)}S_{x}^{(1)(-)} - \dots - E_{1}^{(-)}S_{x}^{(0)(-)} + E_{0}^{(+)}S_{x}^{(0)(+)} + E_{1}^{(+)}S_{x}^{(1)(+)} + \dots + E_{m}^{(+)}S_{x}^{(m)(+)} = 0.$$
(2)

Величина внутреннего изгибающего момента относительно нейтральной оси (оси X) определяется соотношением:

$$\begin{split} M_{x} &= \int\limits_{A_{k}^{(-)}} \sigma_{k}^{(-)} (\sum_{j=1}^{k-1} h_{j}^{(-)} + y_{k}^{(-)}) dA + \int\limits_{A_{k-1}^{(-)}} \sigma_{k-1}^{(-)} (\sum_{j=1}^{k-2} h_{j}^{(-)} + y_{k-1}^{(-)}) dA + \cdots \\ &+ \int\limits_{A_{1}^{(-)}} \sigma_{1}^{(-)} (h_{0}^{(-)} + y_{1}^{(-)}) dA + \int\limits_{A_{0}^{(-)}} \sigma_{0}^{(-)} y_{0}^{(-)} dA + \int\limits_{A_{0}^{(+)}} \sigma_{0}^{(+)} y_{0}^{(+)} dA + \\ &+ \int\limits_{A_{1}^{(+)}} \sigma_{1}^{(+)} (h_{0}^{(+)} + y_{1}^{(+)}) dA + \int\limits_{A_{2}^{(+)}} \sigma_{2}^{(+)} (h_{0}^{(+)} + h_{1}^{(+)} + y_{1}^{(+)}) dA + \dots \\ &+ \int\limits_{A_{1}^{(+)}} \sigma_{m}^{(+)} (\sum_{j=1}^{m-1} h_{j}^{(+)} + y_{m}^{(+)}) dA = \frac{E_{k}^{(-)}}{\rho} I_{x}^{(k)(-)} + \frac{E_{k-1}^{(-)}}{\rho} I_{x}^{(k-1)(-)} + \dots \\ &+ \frac{E_{1}^{(-)}}{\rho} I_{x}^{(1)(-)} + \frac{E_{0}}{\rho} I_{x}^{(0)(-)} + \frac{E_{0}}{\rho} I_{x}^{(0)(+)} + \frac{E_{1}^{(+)}}{\rho} I_{x}^{(1)(+)} + \\ &+ \frac{E_{2}^{(+)}}{\rho} I_{x}^{(2)(+)} + \dots + \frac{E_{m}^{(+)}}{\rho} I_{x}^{(m)(+)}. \end{split}$$

Из соотношения (3) определяем кривизну изогнутой оси балки:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI}.\tag{4}$$

Здесь

$$EI = E_k^{(-)} I_x^{(k)(-)} + E_{k-1}^{(-)} I_x^{(k-1)(-)} + \dots + E_1^{(-)} I_x^{(1)(-)} + E_0 I_x^{(0)(-)} + E_0 I_x^{(0)(+)} + E_1^{(+)} I_x^{(1)(+)} + E_2^{(+)} I_x^{(2)(+)} + \dots + E_m^{(+)} I_m^{(1)(+)}.$$
(5)

Учитывая равенство (4), а также принимая малость перемещений оси балки, запишем дифференциальное уравнений её изогнутой оси:

$$\frac{d^2v(z)}{dz^2} = \frac{M_X(z)}{EI} \,. \tag{6}$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (6) совместно с краевыми (граничными) условиями, можно найти уравнение изогнутой оси многослойной неоднородной упругой балки.

Пример.

В качестве примера рассмотрим упругую консольную балку, содержащую пять разнородных слоёв (рис. 1). Условие (2) при этом получает вид:

$$-E_{2}^{(-)}S_{x}^{(2)(-)} - E_{1}^{(-)}S_{x}^{(1)(-)} - E_{0}S_{x}^{(0)(-)} + E_{0}S_{x}^{(0)(+)} + E_{0}S_{x}^{(0)(+)} + E_{0}S_{x}^{(0)(+)} + E_{0}S_{x}^{(0)(+)} - E_{0}^{(+)}S_{x}^{(1)(+)} - E_{0}^{(+)}S_{x}^{(2)(+)} = 0.$$
(7)

Здесь

$$S_{x}^{(0)(+)} = b_{0} y_{0}^{(+)} \frac{y_{0}^{(+)}}{2}; \quad S_{x}^{(1)(+)} = b_{1}^{(+)} h_{1}^{(+)} \left(y_{0}^{(+)} \frac{h_{1}^{(+)}}{2} \right);$$

$$S_{x}^{(2)(+)} = b_{2}^{(+)} h_{2}^{(+)} \left(y_{0}^{(+)} + h_{1}^{(+)} \frac{h_{2}^{(+)}}{2} \right);$$

$$S_{x}^{(0)(-)} = b_{0} \frac{\left(h_{0} - y_{0}^{(+)} \right)^{2}}{2}; \quad S_{x}^{(1)(-)} = b_{1}^{(-)} h_{1}^{(-)} \left[\left(h_{0} - y_{0}^{(+)} \right) + \frac{h_{1}^{(-)}}{2} \right];$$

$$S_{x}^{(2)(-)} = b_{2}^{(-)} h_{2}^{(-)} \left[\left(h_{0} - y_{0}^{(+)} \right) + h_{1}^{(-)} + \frac{h_{2}^{(-)}}{2} \right].$$

$$(8)$$

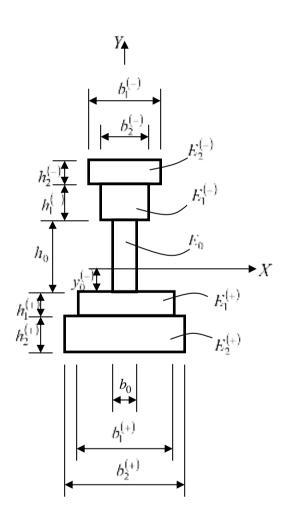


Рис. 1.

При этом уравнение (7) получает вид:

$$-E_{2}^{(-)}b_{2}^{(-)}h_{2}^{(-)}\left[h_{0}-y_{0}^{(+)}+h_{1}^{(-)}+\frac{h_{2}^{(-)}}{2}\right]-E_{1}^{(-)}b_{1}^{(-)}h_{1}^{(-)}\times$$

$$\times\left[h_{0}-y_{0}^{(+)}+\frac{h_{1}^{(-)}}{2}\right]-E_{0}b_{0}\frac{\left(h_{0}-y_{0}^{(+)}\right)^{2}}{2}+E_{0}b_{0}y_{0}^{(+)}\frac{y_{0}^{(+)}}{2}+$$

$$+E_{1}^{(+)}b_{1}^{(+)}h_{1}^{(+)}\left(y_{0}^{(+)}+\frac{h_{1}^{(+)}}{2}\right)+E_{2}^{(+)}b_{2}^{(+)}h_{2}^{(+)}\left(y_{0}^{(+)}+h_{1}^{(+)}+\frac{h_{2}^{(+)}}{2}\right)=0$$

Решая это уравнение, получаем искомую величину $y_0^{(+)}$, что определяет положение нейтральной линии (линии X):

$$Y_0^{(+)} = \frac{S_{np}}{A_{np}}. (9)$$

Здесь

$$\begin{split} A_{np} &= E_2^{(-)} b_2^{(-)} h_2^{(-)} + E_1^{(-)} b_1^{(-)} h_1^{(-)} + E_0 b_0 h_0 + E_1^{(+)} b_1^{(+)} h_1^{(+)} + E_2^{(+)} b_2^{(+)} h_2^{(+)}; \\ S_{np} &= E_2^{(-)} b_2^{(-)} h_2^{(-)} h_0 + E_2^{(-)} b_2^{(-)} h_2^{(-)} \left(h_1^{(-)} + \frac{h_2^{(-)}}{2} \right) + E_1^{(-)} b_1^{(-)} h_1^{(-)} h_0 + \\ &+ E_1^{(-)} \frac{b_1^{(-)} \left(h_1^{(-)} \right)^2}{2} + E_0 \frac{b_0 h_0^2}{2} E_1^{(+)} \frac{b_1^{(+)} \left(h_1^{(+)} \right)^2}{2} - E_2^{(+)} b_2^{(+)} h_2^{(+)} \left(h_1^{(+)} + \frac{h_2^{(+)}}{2} \right). \end{split}$$

Вычисляем моменты инерции в формуле (5), которая получает вид:

$$EI = E_2^{(-)} I_x^{(2)(-)} + E_1^{(-)} I_x^{(1)(-)} + E_0 I_x^{(0)(-)} + E_0 I_x^{(0)(+)} + E_1^{(+)} I_x^{(1)(+)} + E_2^{(+)} I_x^{(2)(+)}.$$
(10)

Здесь

$$\begin{split} I_{x}^{(2)(-)} &= \frac{b_{2}^{(-)} \left(h_{2}^{(-)}\right)^{3}}{12} + b_{2}^{(-)} h_{2}^{(-)} \left[h_{0} - y_{2}^{(-)} + h_{1}^{(-)} + \frac{h_{2}^{(-)}}{2} \right]^{2}; \\ I_{x}^{(1)(-)} &= \frac{b_{1}^{(-)} \left(h_{1}^{(-)}\right)^{3}}{12} + b_{1}^{(-)} h_{1}^{(-)} \left[h_{0} - y_{0}^{(-)} + \frac{h_{1}^{(-)}}{2} \right]^{2}; \\ I_{x}^{(0)(-)} &= \frac{b_{0} \left(h_{0} - y_{0}^{(+)}\right)^{3}}{12} + b_{0} \left(h_{0} - y_{0}^{(+)}\right) \left[\frac{h_{0} - y_{0}^{(+)}}{2} \right]^{2}; \\ I_{x}^{(0)(+)} &= \frac{b_{0} \left(y_{0}^{(+)}\right)^{3}}{12} + b_{0} y_{0}^{(+)} \left[\frac{y_{0}^{(+)}}{2} \right]^{2}; \end{split}$$

$$I_{x}^{(1)(+)} = \frac{b_{1}^{(+)} \left(h_{1}^{(+)}\right)^{3}}{12} + b_{1}^{(+)} h_{1}^{(+)} \left[y_{0}^{(+)} + \frac{h_{1}^{(+)}}{2} \right]^{2};$$

$$I_{x}^{(2)(+)} = \frac{b_{2}^{(+)} \left(h_{2}^{(+)}\right)^{3}}{12} + b_{2}^{(+)} h_{2}^{(+)} \left[y_{0}^{(+)} + h_{1}^{(+)} + \frac{h_{2}^{(+)}}{2} \right]^{2}.$$

Если балка с поперечным сечением, показанным на рис. 1, будет выполнена из однородного материала с модулем упругости E, то положение нейтральной линии будет определяться из уравнения:

$$-S_x^{(2)(-)} - S_x^{(1)(-)} - S_x^{(0)(-)} + S_x^{(0)(+)} + S_x^{(1)(+)} + S_x^{(2)(+)} = 0.$$
(11)

Тогда

$$y_0^{(+)} = \frac{S}{A}. (12)$$

Здесь

$$\begin{split} A &= b_2^{(-)} h_2^{(-)} + b_1^{(-)} h_1^{(-)} + b_0 h_0 + b_1^{(+)} h_1^{(+)} + b_2^{(+)} h_2^{(+)}; \\ S &= b_2^{(-)} h_2^{(-)} h_0 + b_2^{(-)} h_2^{(-)} \left(h_1^{(-)} + \frac{h_2^{(-)}}{2} \right) + b_1^{(-)} h_1^{(-)} h_0 + \\ &+ b_1^{(-)} h_1^{(-)} \frac{h_1^{(-)}}{2} + b_0 \frac{h_0^2}{2} - b_1^{(+)} h_1^{(+)} \frac{h_1^{(+)}}{2} - b_2^{(+)} h_2^{(+)} \left(h_1^{(+)} + \frac{h_2^{(+)}}{2} \right). \end{split}$$

Далее вычисляем величину EI (формула (5)):

$$EI = E\left(I_x^{(2)(-)} + I_x^{(1)(-)} + I_x^{(0)(-)} + I_x^{(0)(+)} + I_x^{(1)(+)} + I_x^{(2)(+)}\right)$$
(13)

Исходные данные для численных расчётов:

$$\begin{split} E_2^{(+)} = &100000 \, \mathrm{M\Pi a} \,, E_1^{(+)} = 50000 \, \mathrm{M\Pi a} \,, E_0 = 200000 \, \mathrm{M\Pi a} \,, \\ E_1^{(-)} = &25000 \, \mathrm{M\Pi a} \,, E_2^{(-)} = 150000 \, \mathrm{M\Pi a} \,; \\ b_2^{(+)} = &20 \, \mathrm{cm}, b_1^{(+)} = &16 \, \mathrm{cm}, b_0 = 4 \, \mathrm{cm}, b_1^{(-)} = &8 \, \mathrm{cm}, b_2^{(-)} = &12 \, \mathrm{cm}; \\ h_2^{(+)} = &5 \, \mathrm{cm}, h_1^{(+)} = &3 \, \mathrm{cm}, h_0 = &12 \, \mathrm{cm}, h_1^{(-)} = &6 \, \mathrm{cm}, h_2^{(-)} = &4 \, \mathrm{cm}. \end{split}$$

Тогда, в соответствии с формулой (9)

$$y_0^{(+)} = \frac{S_{np}}{A_{np}} = 5,79 \text{ cm};$$

и в соответствии с формулой (10)

$$EI = 31092701,75 \text{ kH} \cdot \text{cm}^2;$$

в соответствии с формулой (12)

$$y_0^{(+)} = \frac{S}{A} = 4,71 \,\text{cm};$$

в соответствии с формулой (13)

$$\frac{El}{E} = I_x^{(2)(-)} + I_x^{(1)(-)} + I_x^{(0)(-)} + I_x^{(0)(+)} + I_x^{(1)(+)} + I_x^{(2)(+)} = 30091,33 \,\mathrm{cm}^4.$$

Случай I. Консольная балка длиной $l=4\,\mathrm{m}$ нагружена сосредоточенной силой $F=25\,\mathrm{kH}$ на конце консоли. Тогда $M_x(z)=-Fz$. Решение дифференциального уравнения (6), как известно, имеет вид:

$$v(z) = -\frac{Fz^3}{6EI} + \frac{Fl^2z}{2EI} - \frac{Fl^3}{3EI},$$

то есть
$$\upsilon(0) = -\frac{Fl^3}{3EI} = -1,72 \text{ см.}$$

Если балку выполнить из однородного материала с модулем упругости $E=E^{\rm max}=E_0$, то в соответствии с формулой (13) $EI=601826555,86\,{\rm kH\cdot cm^2}$ и, следовательно, $\upsilon(0)=-\frac{Fl^3}{3EI}=-0,89\,{\rm cm}$.

Если балку выполнить из однородного материала с модулем упругости $E=E^{\min}=E_2^{(-)}$, то в соответствии с формулой (13) $EI=75228319,48\,\mathrm{kH}\cdot\mathrm{cm}^2$ и, следовательно, $\upsilon(0)=-\frac{Fl^3}{3EI}=-7,09\,\mathrm{cm}$.

Случай II. Консольная балка длиной $l=4\,\mathrm{m}$ нагружена сосредоточенной моментом $M=5000\,\mathrm{kH}\cdot\mathrm{cm}$ на конце консоли. Тогда $M_x(z)=-M$. Решение дифференциального уравнения (6), как известно, имеет вид:

$$v(z) = -\frac{Mz^2}{2EI} + \frac{Mlz^2}{EI} - \frac{Ml^2}{2EI},$$

то есть $\upsilon(0) = -\frac{Ml^2}{2FI} = -1,29$ см.

Если балку выполнить из однородного материала с модулем упругости $E=E^{\max}=E_0$, то в соответствии с формулой (13) $EI=601826555,86\,\mathrm{kH}\cdot\mathrm{cm}^2$ и, следовательно, $\upsilon(0)=-\frac{Ml^2}{2EI}=-0,66\,\mathrm{cm}$.

Если балку выполнить из однородного материала с модулем упругости $E=E^{\min}=E_2^{(-)}$, то в соответствии с формулой (13) $EI=75228319,48\,\mathrm{kH\cdot cm^2}$ и, следовательно, $\upsilon(0)=-\frac{Ml^2}{2EI}=-5,32\,\mathrm{cm}$.

Случай III. Консольная балка длиной $l=4\,\mathrm{m}$ нагружена равномерно распределённой нагрузкой $q=0,15\,\mathrm{kH/cm}$ по всей длине. Тогда $M_x(z)=-q\,\frac{z^2}{2}$. Решение дифференциального уравнения (6), как известно, имеет вид:

$$\upsilon(z) = -\frac{qz^4}{24EI} + \frac{qz^3}{6EI} - \frac{qz^4}{8EI},$$

то есть
$$\upsilon(0) = -\frac{ql^4}{8EI} = -1,54$$
 см.

Если балку выполнить из однородного материала с модулем упругости $E=E^{\max}=E_0$, то в соответствии с формулой (13) $EI=601826555,86\,\mathrm{kH}\cdot\mathrm{cm}^2$ и, следовательно, $\upsilon(0)=-\frac{ql^4}{8FI}=-0,80\,\mathrm{cm}$.

Если балку выполнить из однородного материала с модулем упругости $E=E^{\min}=E_2^{(-)}$, то в соответствии с формулой (13) $EI=75228319,48~\mathrm{kH}\cdot\mathrm{cm}^2$ и, следовательно, $\upsilon(0)=-\frac{ql^4}{8EI}=-6,38~\mathrm{cm}$.

Поперечное сечение балки (рис. 1) напоминает двутавр. Ввиду этого для двутавра №30 (E = 200000 МПа) прогибы конца консоли будут равны:

- в случае I:
$$\upsilon(0) = -\frac{Fl^3}{3EI} = -3,77$$
 см;

- в случае II:
$$v(0) = -\frac{Ml^2}{2EI} = -2,82 \text{ cm};$$

- в случае III:
$$\upsilon(0) = -\frac{ql^4}{8EI} = -3,39 \text{ см.}$$

Выводы.

- 1. Прогибы неоднородной многослойной консольной балки больше чем прогибы однородной консольной балки, выполненной из материала с модулем упругости, соответствующем наибольшему из модулей упругости слоёв неоднородной балки и меньше, чем прогибы однородной консольной балки, выполненной из материала с модулем упругости, соответствующем наименьшему из модулей упругости слоёв неоднородной балки.
- 2. Прогибы неоднородной многослойной консольной балки значительно меньше прогибов соответствующей (имеющей туже высоту поперечного сечения) балки, выполненной из двутавра.
- 3. Результаты данной работы могут найти применение при оптимизации многослойных неоднородных балок из условия жёсткости.

Библиографический список

- 1. Александров А.В. Сопротивление материалов: Учеб для вузов/А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. Под ред. А.В. Александрова. 6-е изд., стер. М.: Высш. Шк., 2008. 560 с.: ил.
- 2. Мельникова Т.Е., Елесина Е.И. Анализ несущей способности многослойной балки при изгибе // Прикладная математика, механика и процессы управления. 2015. Т. 1. С. 28-34.
- 3. Турусов Р.А., Андреев В.И., Цыбин Н.Ю. Общее решение задачи об изгибе многослойной балки в рядах Фурье // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 4. С. 34-42.
- 4. Горунович С.Б. Анализ напряженно-деформированного состояния многослойной балки при поперечном изгибе // Механики XXI веку. 2019. № 18. С. 291-296.

- 5. Горунович С.Б. Расчет на прочность многослойной балки при поперечном изгибе методами сопротивления материалов // Механики XXI веку. 2020. № 19. С. 246-251.
- 6. Ряжских Б.Е., Джавид М.М. Анализ применяемых методик вычисления прочности нормального сечения многослойных изгибаемых элементов строительных конструкций // Инженерный вестник Дона. 2023. № 8 (104). С. 68-89.
- 7. Чепурненко А.С., Тюрина В.С. Применение метода конечных элементов в сочетании с методом контактного слоя для определения напряженно-деформированного состояния многослойных балок // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2023. № 4. С. 130-139
- 8. Бубис А.А., Ведяков И.И., Кахновский А.М., Конин Д.В., Малкин А.В., Петросян А.И., Ртищева И.В. Исследование работы конструкций из многослойного стекла на сжатие, сжатие с изгибом и чистый изгиб // Промышленное и гражданское строительство. 2019. № 1. С. 22-30.
- 9. Анарова Ш.А., Исмоилов Ш.М., Шокиров Д.А. Математическая модель деформации трёхслойных стержней при пространственных нагрузках // Проблемы вычислительной и прикладной математики. 2023. № 5 (52). С. 56-82.

К ВОПРОСУ О РАВНОПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ НЕОДНОРОДНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Бакушев Сергей Васильевич

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»

Мирзаханов Магомед Рамисович

Республика Дагестан, студент

Под многослойным неоднородным упругим стержнем, находящимся в условиях плоского поперечного изгиба, будем понимать стержень, состоящий из нескольких слоёв, простирающихся на всю длину стержня. Поперечное сечение каждого слоя по длине стержня не изменяется. Слои не могут сдвигаться одно относительно другого. Каждый слой характеризуется своим модулем упругости и своим расчётным сопротивлением материала.

В работе [1] показано, что эпюра нормальных напряжений по высоте поперечного сечения многослойного неоднородного упругого стержня является разрывной (ступенчатой). Вопросы механики многослойных конструкций рассмотрены в работе Болотина В. [2]. Вопросами расчёта многослойных неоднородных упругих стержней занимались инженеры Старовойтов Э.И. [3]; Анарова Ш.А., Исмоилов Ш.М., Шокиров Д.А. [4]; Мищенко А.В. [5]; Кравчук А.С., Кочик Е.В., Тарасюк И.А. [6]; и другие.

В данной работе определяются условия, обеспечивающие наступление предельного равновесия во всех слоях неоднородного упругого изгибаемого стержня одновременно.

Определение нормальных напряжений.

Рассмотрим упругий неоднородный трёхслойный стержень, находящейся в условиях плоского поперечного изгиба, у которого средняя часть толщиной

 $h_1 = h_1^{(+)} + h_1^{(-)}$ и площадью поперечного сечения $A_1 = A_1^{(+)} + A_1^{(-)}$ изготовлена из материала с модулем упругости E_1 и расчётным сопротивлением R_1 ; нижняя часть толщиной h_2 и площадью поперечного сечения A_2 изготовлена из материала с модулем упругости E_2 и расчётным сопротивлением R_2 ; наконец верхняя часть толщиной h_3 и площадью поперечного сечения A_3 изготовлена из материала с модулем упругости E_3 и расчётным сопротивлением R_3 . Рассматривается стержень, материал всех трёх слоёв которого имеет модуль упругости при растяжении равным модулю упругости при сжатии, а расчётное сопротивление при растяжении равным расчётному сопротивлению при сжатии.

Поперечное сечения стержня имеет вертикальную ось симметрии — ось Y (рис. 1). При этом предполагается, что нейтральная линия делит среднюю часть поперечного сечения на две части.

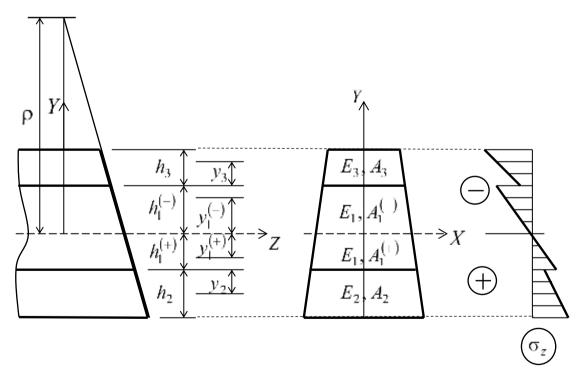


Рис. 1. Неоднородный стержень, его поперечное сечение, эпюра нормальных напряжений

В соответствии с гипотезой плоских сечений и гипотезой о ненадавливании продольных волокон друг на друга нормальные напряжения в слоях стержня будут равны [7]:

$$\sigma_{3} = E_{3} \frac{h_{1}^{(-)} + y_{3}}{\rho}; \ \sigma_{1}^{(-)} = E_{1} \frac{y_{1}^{(-)}}{\rho}; \ \sigma_{1}^{(+)} = E_{1} \frac{y_{1}^{(+)}}{\rho}; \ \sigma_{2} = E_{2} \frac{h_{1}^{(+)} + y_{2}}{\rho}$$
(1)

Положение нейтральной линии (оси X) найдём из условия равенства нулю продольной силы:

$$\begin{split} N &= -\int_{A_3} \sigma_3 dA - \int_{A_1^{(-)}} \sigma_1^{(-)} dA + \int_{A_1^{(+)}} \sigma_1^{(+)} dA + \int_{A_2} \sigma_2 dA = \\ &= \int_{A_3} E_3 \frac{h_1^{(-)} + y_3}{\rho} dA - \int_{A_1^{(-)}} E_1 \frac{y_1^{(-)}}{\rho} dA + \int_{A_1^{(+)}} E_1 \frac{y_1^{(+)}}{\rho} dA + \\ &+ \int_{A_2} E_2 \frac{h_1^{(+)} + y_2}{\rho} dA = -\frac{E_3}{\rho} S_x^{(3)} - \frac{E_1}{\rho} S_x^{(1)(-)} + \frac{E_1}{\rho} S_x^{(1)(+)} + \frac{E_2}{\rho} S_x^{(2)} = 0. \end{split}$$

Отсюда

$$-E_3 S_x^{(3)} - E_1 \left(S_x^{(1)(-)} - S_x^{(1)(+)} \right) + E_2 S_x^{(2)} = 0$$
 (2)

В формуле (2) обозначено:

$$S_x^{(3)} = \int_{A_3} (h_1^{(-)} + y_3) dA$$
 — статический момент верхней части поперечного

сечения относительно нейтральной оси X;

$$S_x^{(2)} = \int\limits_{A_2} (h_1^{(+)} + y_2) dA$$
 — статический момент нижней части поперечного

сечения относительно нейтральной оси X;

$$S_x^{(1)(-)} = \int\limits_{A_1^{(-)}} y_1^{(-)} dA$$
 — статический момент сжатой зоны средней части

поперечного сечения относительно нейтральной оси X;

$$S_x^{(1)(+)} = \int\limits_{A_1^{(+)}} y_1^{(+)} dA$$
 — статический момент растянутой зоны средней части

поперечного сечения относительно нейтральной оси X .

Соотношение (2) позволяет найти положение нейтральной линии (оси X) поперечного сечения.

Запишем величину внутреннего изгибающего момента относительно нейтральной оси (оси X):

$$M_{x} = \int_{A_{3}} \sigma_{3} \left(h_{1}^{(-)} + y_{3} \right) dA + \int_{A_{1}^{(-)}} \sigma_{1}^{(-)} y_{1}^{(-)} dA + \int_{A_{1}^{(+)}} \sigma_{1}^{(+)} y_{1}^{(+)} dA + \int_{A_{1}^{(+)}} \sigma_{2} \left(h_{1}^{(+)} + y_{2} \right) dA = \int_{A_{3}} E_{3} \frac{h_{1}^{(-)} + y_{3}}{\rho} \left(h_{1}^{(-)} + y_{3} \right) dA + \int_{A_{1}^{(-)}} E_{1} \frac{y_{1}^{(-)}}{\rho} y_{1}^{(-)} dA + \int_{A_{1}^{(+)}} E_{1} \frac{y_{1}^{(+)}}{\rho} y_{1}^{(+)} dA + \int_{A_{1}^{(-)}} E_{2} \frac{h_{1}^{(+)} + y_{2}}{\rho} \left(h_{1}^{(+)} + y_{2} \right) dA = \frac{E_{3}}{\rho} \int_{A_{3}} \left(h_{1}^{(-)} + y_{3} \right)^{2} dA + \int_{A_{1}^{(-)}} \frac{E_{1}}{\rho} \int_{A_{1}^{(-)}} \left(y_{1}^{(+)} \right)^{2} dA + \frac{E_{2}}{\rho} \int_{A_{2}} \left(h_{1}^{(+)} + y_{2} \right)^{2} dA = \int_{A_{1}^{(-)}} \frac{E_{1}}{\rho} I_{x}^{(1)(-)} + \frac{E_{1}}{\rho} I_{x}^{(1)(+)} + \frac{E_{2}}{\rho} I_{x}^{(2)}$$

$$= \frac{E_{3}}{\rho} I_{x}^{(3)} + \frac{E_{1}}{\rho} I_{x}^{(1)(-)} + \frac{E_{1}}{\rho} I_{x}^{(1)(+)} + \frac{E_{2}}{\rho} I_{x}^{(2)}$$

$$(3)$$

В формуле (3) обозначено:

$$I_x^{(3)} = \int_{A_3} (h_1^{(-)} + y_3)^2 dA$$
 — осевой момент инерции верхней части сечения

относительно оси X;

$$I_x^{(2)} = \int\limits_{A_2} \left(h_1^{(+)} + y_2\right)^2 dA$$
 — осевой момент инерции нижней части сечения

относительно оси X ;

$$I_x^{(1)(-)} = \int\limits_{A_1^{(-)}} \! \left(y_1^{(-)} \right)^{\! 2} dA$$
 — осевой момент инерции сжатой средней части

сечения относительно оси X;

$$I_x^{(1)(+)} = \int\limits_{A_1^{(+)}} (y_1^{(+)})^2 dA$$
 — осевой момент инерции растянутой средней части

сечения относительно оси X .

Исключая кривизну из соотношений (1) и (3) найдём связь между напряжениями и изгибающим моментом в поперечном сечении стержня:

$$\sigma_{3} = \frac{M_{x}E_{3}(h_{1}^{(-)} + y_{3})}{E_{3}I_{x}^{(3)} + E_{1}I_{x}^{(1)(-)} + E_{1}I_{x}^{(1)(+)} + E_{2}I_{x}^{(2)}};$$

$$\sigma_{1}^{(-)} = \frac{M_{x}E_{3}y_{1}^{(-)}}{E_{3}I_{x}^{(3)} + E_{1}I_{x}^{(1)(-)} + E_{1}I_{x}^{(1)(+)} + E_{2}I_{x}^{(2)}};$$

$$\sigma_{1}^{(+)} = \frac{M_{x}E_{1}y_{1}^{(+)}}{E_{3}I_{x}^{(3)} + E_{1}I_{x}^{(1)(+)} + E_{1}I_{x}^{(1)(+)} + E_{2}I_{x}^{(2)}};$$

$$\sigma_{2} = \frac{M_{x}E_{2}(h_{1}^{(+)} + y_{2})}{E_{3}I_{x}^{(3)} + E_{1}I_{x}^{(1)(-)} + E_{1}I_{x}^{(1)(+)} + E_{2}I_{x}^{(2)}}.$$
(4)

Условия равнопрочности.

Перейдём к условиям равнопрочности в сжатой и растянутой зонах поперечного сечения неоднородного трёхслойного упругого стержня, Условия находящегося В условиях плоского поперечного изгиба. равнопрочности для неоднородного упругого стержня, находящегося в условиях осевого растяжения (сжатия) представлены в работе [8].

Условие равнопрочности в сжатой зоне поперечного сечения, то есть нормальное напряжение, равное расчётному сопротивлению материала третьей части, на верхней границе третьей части поперечного сечения должно быть равно нормальному напряжению, равному расчётному сопротивлению материала первой части, на верхней границе сжатой зоны первой части поперечного сечения, будет иметь вид:

$$\frac{E_3}{R_3} \frac{R_1}{E_1} = \frac{h_1^{(-)}}{h_1^{(-)} + h_3}.$$
 (5)

Условие равнопрочности в растянутой зоне поперечного сечения, то есть нормальное напряжение, равное расчётному сопротивлению материала третьей части, на нижней границе второй части поперечного сечения должно быть равно нормальному напряжению, равному расчётному сопротивлению материала первой части, на нижней границе растянутой зоны первой части поперечного сечения, будет иметь вид:

$$\frac{E_2}{R_2} \frac{R_1}{E_1} = \frac{h_1^{(+)}}{h_1^{(+)} + h_2}.$$
 (6)

Используя соотношения (5) и (6) можно для заданных модулей упругости E_1, E_2, E_3 и расчётных сопротивлений R_1, R_2, R_3 , а также известных размеров $h_1^{(-)}$ и $h_1^{(+)}$ рассчитать размеры поперечных сечений верхней h_3 и нижней h_2 частей балки из условия равнопрочности. Размеры сжатой $h_1^{(-)}$ и растянутой $h_1^{(+)}$ зон средней части поперечного сечения определяются на основании соотношения (2).

Поскольку в соотношение (2) входят размеры h_2 и h_3 , то процедура установления размеров поперечного сечения из условий равнопрочности будет представляться итерационным процессом и содержать следующие пункты:

- 1. Задаёмся размерами h_1,h_2 и h_3 , а также площадями неоднородных частей A_1,A_2 и A_3 поперечного сечения балки.
- 2. Из соотношения (2) определяем размеры сжатой $h_1^{(-)}$ и растянутой $h_1^{(+)}$ зон средней части поперечного сечения:
 - а. Проведём нейтральную линию в пределах размера h_1 . Тем самым определимся с размерами $h_1^{(+)}$ и $h_1^{(-)} = h_1 h_1^{(+)}$.
 - b. Вычисляем статические моменты сжатой $S_x^{(1)(-)}$ и растянутой $S_x^{(1)(+)}$ зон средней части поперечного сечения, а также статические моменты второй $S_x^{(2)}$ и третьей $S_x^{(3)}$ частей поперечного сечения.
 - с. Решая уравнение (2) находим значение размера $h_1^{(+)}$.
- 3. Из соотношений (5) и (6) определяем размеры поперечных сечений верхней h_3 и нижней h_2 частей балки и сопоставляем их с заданными в пункте 1. алгоритма.

4. Если заданные размеры h_2 и h_3 не совпадают с вычисленными по формулам (5) и (6), то, изменив размеры h_2 и h_3 переходим к пункту 1. алгоритма. Иначе расчёт заканчиваем.

Пример.

Рассмотрим трёхслойную балку. Сечение каждого слоя — прямоугольник размерами $b_1 \times h_1, b_2 \times h_2, b_3 \times h_3$.

Пусть механические характеристики материала слоёв балки будут следующими: $E_1=200000\,\mathrm{M\Pi a}$ (*сталь*), $E_2=70000\,\mathrm{M\Pi a}$ (*алюминий*), $E_3=55000\,\mathrm{M\Pi a}$ (*олово*), $R_1=200\,\mathrm{M\Pi a}$, $R_2=120\,\mathrm{M\Pi a}$, $R_3=8\,\mathrm{M\Pi a}$.

Задаёмся размерами поперечных сечений слоёв балки: $h_1=10\,\mathrm{cm},$ $h_2=3.5\,\mathrm{cm},\ h_3=2.5\,\mathrm{cm};\ b_1=5\,\mathrm{cm},\ b_2=5\,\mathrm{cm},$ $b_3=5\,\mathrm{cm}.$

Тогда

$$\begin{split} S_{x}^{(1)(+)} &= b_{1}h_{1}^{(+)} \frac{h_{1}^{(+)}}{2} = \frac{b_{1}\left(h_{1}^{(+)}\right)^{2}}{2};\\ S_{x}^{(1)(-)} &= b_{1}\left(h_{1} - h_{1}^{(+)}\right) \frac{\left(h_{1} - h_{1}^{(+)}\right)}{2} = \frac{b_{1}\left(h_{1} - h_{1}^{(+)}\right)^{2}}{2};\\ S_{x}^{(2)} &= b_{2}h_{2}\left(h_{1}^{(+)} + \frac{h_{2}}{2}\right) = -\left(b_{2}h_{2}h_{1}^{(+)} + \frac{b_{2}h_{2}^{2}}{2}\right);\\ S_{x}^{(3)} &= b_{3}h_{3}\left(h_{1}^{(-)} + \frac{h_{3}}{2}\right) = b_{3}h_{3}\left(h_{1} - h_{1}^{(+)} + \frac{h_{3}}{2}\right). \end{split}$$

Уравнение (2) при этом получает вид:

$$-E_{3}\left[-b_{3}h_{3}h_{1}^{(+)}+b_{3}h_{3}\left(h_{1}+\frac{h_{3}}{2}\right)\right]-E_{1}\left(\frac{b_{1}\left(h_{1}-h_{1}^{(+)}\right)^{2}}{2}-\frac{b_{1}\left(h_{1}^{(+)}\right)^{2}}{2}\right)+$$

$$+E_{2}\left(b_{2}h_{2}h_{1}^{(+)}+\frac{b_{2}h_{2}^{2}}{2}\right)=0.$$

Решая это квадратное уравнение, получаем:

$$h_1^{(+)} = \frac{E_1 \frac{b_1 h_1^2}{2} - E_2 \frac{b_2 h_2^2}{2} + E_3 b_3 h_3 \left(h_1 + \frac{h_3}{2} \right)}{E_1 b_1 h_1 + E_2 b_2 h_2 + E_3 b_3 h_3}.$$

Для заданных исходных данных $h_1^{(+)} = 4,667$ см.

Тогда
$$h_1^{(-)} = h_1 - h_1^{(+)} = 10 - 4,667 = 5,333 \,\mathrm{cm}.$$

Следовательно, толщины нижней и верхней слоёв рассматриваемой балки, полученные из условия равнопрочности, будут равны:

$$h_2 = h_1^{(+)} \left(\frac{R_2}{E_2} \frac{E_1}{R_1} - 1 \right) = 3,33 \text{ cm}; \quad h_3 = h_1^{(-)} \left(\frac{R_3}{E_3} \frac{E_1}{R_1} - 1 \right) = 2,42 \text{ cm}.$$

Следовательно, рассматриваемая балка соответствует условию равнопрочности.

Обобщения на многослойную балку.

Рассмотрим обобщения вышеприведённых рассуждений на многослойную балку, содержащую n — разнородных слоёв, из которых k — слоёв находятся в сжатой зоне, а m — слоёв находятся в растянутой зоне поперечного сечения, так что k+m+1=n (предполагается, что один из средних слой с номером ноль делится нейтральной линией на две части). Каждый i — й слой характеризуется своими значениями модуля упругости E_i и расчётного сопротивления материала R_i .

В соответствии с гипотезой плоских сечений нормальные напряжения в слоях стержня будут равны:

$$\sigma_{i}^{(-)} = E_{i}^{(-)} \frac{\sum_{j=1}^{i-1} h_{j}^{(-)} + y_{i}}{\rho}, i = 1, 2, ..., k; \ \sigma_{0}^{(-)} = E_{0} \frac{y_{0}^{(-)}}{\rho};$$

$$\sigma_{0}^{(+)} = E_{0} \frac{y_{0}^{(+)}}{\rho}; \ \sigma_{i}^{(+)} = E_{i}^{(+)} \frac{\sum_{j=1}^{i-1} h_{j}^{(+)} + y_{i}}{\rho}, i = 1, 2, ..., m.$$
(7)

Здесь и в дальнейшем $E_i^{(-)}$ – означает модуль упругости материала слоя балки, расположенного в сжатой зоне поперечного сечения; $E_i^{(+)}$ – означает

модуль упругости материала слоя балки, расположенного в растянутой зоне поперечного сечения. Вообще говоря, $E_i^{(-)} \neq E_i^{(+)}$.

Положение нейтральной линии (оси X) найдём из условия равенства нулю продольной силы:

$$N = -\int_{A_{k}^{(-)}} \sigma_{k}^{(-)} dA - \int_{A_{k-1}^{(-)}} \sigma_{k-1}^{(-)} dA - \dots - \int_{A_{1}^{(-)}} \sigma_{1}^{(-)} dA - \int_{A_{0}^{(-)}} \sigma_{0}^{(-)} dA + \int_{A_{k-1}^{(-)}} \sigma_{1}^{(+)} dA + \int_{A_{k-1}^{(+)}} \sigma_{1}^{(+)} dA + \dots + \int_{A_{m}^{(+)}} \sigma_{m}^{(+)} dA = \int_{A_{0}^{(+)}} S_{x}^{(k)(-)} - \frac{E_{k-1}^{(-)}}{\rho} S_{x}^{(k-1)(-)} - \dots - \frac{E_{1}^{(-)}}{\rho} S_{x}^{(1)(-)} + \frac{E_{0}^{(-)}}{\rho} S_{x}^{(0)(-)} + \int_{A_{k-1}^{(-)}} S_{x}^{(0)(-)} + \frac{E_{0}^{(+)}}{\rho} S_{x}^{(0)(-)} + \frac{E_{0}^{(+)}}{\rho} S_{x}^{(0)(-)} + \frac{E_{0}^{(+)}}{\rho} S_{x}^{(m)(+)} = 0.$$

$$(8)$$

Величина внутреннего изгибающего момента относительно нейтральной оси (оси X) определяется соотношением:

$$\begin{split} M_{x} &= \int\limits_{A_{k}^{(-)}} \sigma_{k}^{(-)} \left(\sum_{j=1}^{k-1} h_{j}^{(-)} + y_{k}^{(-)} \right) dA + \int\limits_{A_{k-1}^{(-)}} \sigma_{k-1}^{(-)} \left(\sum_{j=1}^{k-2} h_{j}^{(-)} + y_{k-1}^{(-)} \right) dA + \dots \\ & \dots + \int\limits_{A_{1}^{(-)}} \sigma_{1}^{(-)} \left(h_{0}^{(-)} + y_{1}^{(-)} \right) dA + \int\limits_{A_{0}^{(-)}} \sigma_{0}^{(-)} y_{0}^{(-)} dA + \int\limits_{A_{0}^{(+)}} \sigma_{0}^{(+)} y_{0}^{(+)} dA + \\ & + \int\limits_{A_{1}^{(+)}} \sigma_{1}^{(+)} \left(h_{0}^{(+)} + y_{1}^{(+)} \right) dA + \int\limits_{A_{2}^{(+)}} \sigma_{2}^{(+)} \left(h_{0}^{(+)} + h_{1}^{(+)} + y_{1}^{(+)} \right) dA + \dots \\ & \dots + \int\limits_{A_{m}^{(+)}} \sigma_{m}^{(+)} \left(\sum_{j=1}^{m-1} h_{j}^{(+)} + y_{m}^{(+)} \right) dA = \\ & = \frac{E_{k}^{(-)}}{\rho} I_{x}^{(k)(-)} + \frac{E_{k-1}^{(-)}}{\rho} I_{x}^{(k-1)(-)} + \dots + \frac{E_{1}^{(-)}}{\rho} I_{x}^{(1)(-)} + \frac{E_{0}^{(-)}}{\rho} I_{x}^{(0)(-)} + \\ & + \frac{E_{0}}{\rho} I_{x}^{(0)(+)} + \frac{E_{1}^{(+)}}{\rho} I_{x}^{(1)(+)} + \frac{E_{2}^{(+)}}{\rho} I_{x}^{(2)(+)} + \dots + \frac{E_{m}^{(+)}}{\rho} I_{x}^{(m)(+)}; \end{split} \tag{9}$$

Из соотношения (9) определяем кривизну изогнутой оси балки:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI}.\tag{10}$$

Здесь
$$EI = E_k^{(-)} I_x^{(k)(-)} + E_{k-1}^{(-)} I_x^{(k-1)(-)} + \dots + E_1^{(-)} I_x^{(1)(-)} + E_0 I_x^{(0)(-)} +$$

$$+ E_0 I_x^{(0)(+)} + E_1^{(+)} I_x^{(1)(+)} + E_2^{(2)} I_x^{(2)(+)} + \dots + E_m^{(+)} I_x^{(m)(+)}.$$
(11)

Связь между нормальными напряжениями и изгибающим моментом в произвольном сечении каждого слоя многослойной балки будет описываться зависимостями:

$$\sigma_{i}^{(-)} = M_{x} E_{i}^{(-)} \frac{\sum_{j=1}^{i-1} h_{j}^{(-)} + y_{i}}{EI}, i = 1, 2, ..., k;$$

$$\sigma_{0}^{(-)} = M_{x} E_{0} \frac{y_{0}^{(-)}}{EI}; \sigma_{0}^{(+)} = M_{x} E_{0} \frac{y_{0}^{(+)}}{EI};$$

$$\sigma_{i}^{(+)} = M_{x} E_{i}^{(+)} \frac{\sum_{j=1}^{i-1} h_{j}^{(+)} + y_{i}}{EI}, i = 1, 2, ..., m.$$
(12)

Условие равнопрочности в сжатой зоне поперечного сечения имеет вид:

$$\frac{E_k^{(-)}}{R_k^{(-)}} \left(\sum_{j=1}^{k-1} h_j^{(-)} + h_k^{(-)} \right) = \frac{E_k^{(-)}}{R_k^{(-)}} \left(\sum_{j=1}^{k-2} h_j^{(-)} + h_{k-1}^{(-)} \right) = \dots$$

$$\dots = \frac{E_1^{(-)}}{R_1^{(-)}} \left(h_1^{(-)} + h_0^{(-)} \right) = \frac{E_0}{R_0} h_0^{(-)}; \tag{13}$$

Условие равнопрочности в растянутой зоне поперечного сечения имеет вид:

$$\frac{E_0}{R_0} h_0^{(+)} = \frac{E_1^{(+)}}{R_1^{(+)}} \left(h_1^{(+)} + h_0^{(+)} \right) = \dots$$

$$\dots = \frac{E_{m-1}^{(+)}}{R_{m-1}^{(+)}} \left(\sum_{j=1}^{m-2} h_j^{(+)} + h_{m-1}^{(+)} \right) = \frac{E_m^{(+)}}{R_m^{(+)}} \left(\sum_{j=1}^{m-1} h_j^{(+)} + h_m^{(+)} \right) \tag{14}$$

Для многослойной балки условия (13) и (14) скорее всего можно использовать лишь для оценки равнопрочности.

Выводы.

На основании теоретических и численных исследований показано, что выполнение условий равнопрочности изгибаемого стержня по сжатым и растянутым зонам поперечного сечения является труднодостижимым и, вообще говоря, может быть использовано лишь для оценки равнопрочности стержня.

Библиографический список

- 1. Александров А.В. Сопротивление материалов: Учеб для вузов/А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. Под ред. А.В. Александрова. 6-е изд., стер. М.: Высш. Шк., 2008. 560 с.: ил.
- 2. Болотин В. Механика многослойных конструкций / М.: Машиностроение, 1980. 375 с.
- 3. Старовойтов Э.И. Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней. / М.: Изд-во МАИ, 2016. 184 с.
- 4. Анарова Ш.А., Исмоилов Ш.М., Шокиров Д.А. Современное состояние и постановка задачи исследования трёхслойных стержней // Проблемы вычислительной и прикладной математики, 2022. № 4(42). С. 54-78.
- Мищенко А.В. Оценка прочности структурно-неоднородных балок при термосиловом воздействии. // Моделирование и механика конструкций. 2020. № 11. С. 30-43.
- Кравчук А.С., Кочик Е.В., Тарасюк И.А. Чистый изгиб слоистых и композиционных призматических брусьев из упругопластических материалов. // APRIORI. Серия: Естественные и технические науки. 2016.
 № 2. С. 8.
- 7. Бакушев С.В. Сопротивление материалов. Основы теории упругости и пластичности: учеб. пособие по направлению подготовки 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений» / С.В. Бакушев. Пенза: ПГУАС, 2023. 176 с.
 - 8. Бакушев С.В. К вопросу о равнопрочности неоднородных упругих стержней [Электронный ресурс] // Моделирование и механика конструкций. 2021. №13.

К ВОПРОСУ О РАВНОПРОЧНОСТИ НЕОДНОРОДНЫХ УПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ КРУЧЕНИИ

Бакушев Сергей Васильевич

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г.Пенза, Российская Федерация. доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»

Дворянкина Евгения Андреевна

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация, студент

При исследовании кручения многослойных неоднородных упругих стержней круглого или кольцевого поперечного сечения будем придерживаться следующих гипотез, справедливых при кручении однородных стержней [1]: сечения, плоские до закручивания, остаются плоскими и после закручивания; радиусы, проведённые мысленно в любом поперечном сечении, в процессе кручения не искривляются.

Далее будем полагать, что слои стержня не проскальзывают одно относительно другого. Деформации считаются малыми. Стержень находится под воздействием только крутящих моментов, действующих в нормальных поперечных сечениях стержня.

Одной из наиболее полных монографий, описывающих кручение упругих тел, является монография [2]. Вопросы механики многослойных конструкций рассматривались в работе [3]. Кручение анизотропных и неоднородных стержней исследовалось в монографии [4]. В последние годы вопросы кручения неоднородных и анизотропных упругопластических стержней исследовались в работах [5, 6, 7, 8, 9, 10].

Стержень со сплошным круглым поперечным сечением.

Пусть стержень со сплошным круглым поперечным сечением (рис. 1)

состоит из трёх слоёв: внутренний слой радиусом r_1 изготовлен из материала с модулем сдвига G_1 расчётным сопротивлением материала слоя касательным напряжениям $R_{\tau}^{(1)}$; средний слой толщиной h_2 , изготовлен из материала сдвига G_2 и расчётным модулем сопротивлением материала слоя

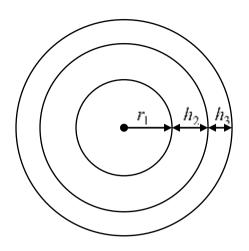


Рис. 1.

касательным напряжениям $R_{\tau}^{(2)}$; внешний слой толщиной h_3 , изготовлен из материала с модулем сдвига G_3 и расчётным сопротивлением материала слоя по касательным напряжениям $R_{\tau}^{(3)}$.

В силу введённых ранее гипотез, угол сдвига произвольного волокна, отстоящего от центра стержня на расстоянии ρ , определяется равенством:

$$\gamma_{\rho} = \rho \frac{d\varphi}{dz}.\tag{1}$$

Тогда, в соответствии с законом Гука, касательные напряжения в слоях стержня будут определяться равенствами:

$$\tau_{1} = \gamma_{\rho} G_{1} = \rho_{1} \frac{d\varphi}{dz} G_{1}, \quad 0 \leq \rho_{1} \leq r_{1};$$

$$\tau_{2} = \gamma_{\rho} G_{2} = \rho_{2} \frac{d\varphi}{dz} G_{2}, \quad r_{1} \leq \rho_{2} \leq r_{1} + h_{2};$$

$$\tau_{3} = \gamma_{\rho} G_{3} = \rho_{3} \frac{d\varphi}{dz} G_{3}, \quad r_{1} + h_{2} \leq \rho_{3} \leq r_{1} + h_{2} + h_{3}.$$
(2)

Зная напряжения, действующие в слоях скручиваемого стержня, найдём суммарный внутренний крутящий момент M_z , равный внешнему крутящему моменту $M_{\rm kp}$, скручивающему стержень:

$$\begin{split} M_{z} &= \int_{A_{1}} \tau_{1} \rho_{1} dA + \int_{A_{2}} \tau_{2} \rho_{2} dA + \int_{A_{3}} \tau_{3} \rho_{3} dA = \\ &= \int_{A_{1}} \rho_{1} \frac{d\varphi}{dz} G_{1} \rho_{1} dA + \int_{A_{2}} \rho_{2} \frac{d\varphi}{dz} G_{2} \rho_{2} dA + \int_{A_{3}} \rho_{3} \frac{d\varphi}{dz} G_{3} \rho_{3} dA = \\ &= \frac{d\varphi}{dz} G_{1} \int_{A_{1}} \rho_{1}^{2} dA + \frac{d\varphi}{dz} G_{2} \int_{A_{2}} \rho_{2}^{2} dA + \frac{d\varphi}{dz} G_{3} \int_{A_{3}} \rho_{3}^{2} dA = \\ &= \frac{d\varphi}{dz} G_{1} I_{1\rho} + \frac{d\varphi}{dz} G_{2} I_{2\rho} + \frac{d\varphi}{dz} G_{3} I_{3\rho} = \frac{d\varphi}{dz} \left(G_{1} I_{1\rho} + G_{2} I_{2\rho} + G_{3} I_{3\rho} \right). \end{split}$$
(3)

Здесь $I_{1\rho} = \frac{\pi r_1^4}{2}$ — полярный момент инерции внутреннего слоя;

$$I_{2\rho} = \frac{\pi}{2} \Big[(r_1 + h_2)^4 - r_1^4 \Big]$$
 — полярный момент инерции среднего слоя;

 $I_{3\rho} = \frac{\pi}{2} \Big[(r_1 + h_2 + h_3)^4 - (r_1 + h_2)^4 \Big]$ — полярный момент инерции внешнего слоя.

Из формулы (3) следует, что

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{G_1 I_{1\rho} + G_2 I_{2\rho} + G_3 I_{3\rho}} \tag{4}$$

Подставляя найденное значение $\frac{d\varphi}{dz}$ в формулы (2), найдём касательные напряжения в каждом слое скручиваемого многослойного стержня:

$$\tau_{1} = \frac{M_{z}G_{1}\rho_{1}}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}}, \quad 0 \le \rho_{1} \le r_{1};$$

$$\tau_{2} = \frac{M_{z}G_{2}\rho_{2}}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}}, \quad r_{1} \le \rho_{2} \le r_{1} + h_{2};$$

$$\tau_{3} = \frac{M_{z}G_{3}\rho_{3}}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}}, \quad r_{1} + h_{2} \le \rho_{3} \le r_{1} + h_{2} + h_{3}.$$
(5)

В каждом слое по его толщине касательное напряжение, как следует из формул (5), изменяется по линейному закону, причём наибольшее значение касательное напряжение достигает на внешней границе слоя, то есть $\tau_1 = \tau_1^{\text{max}}$ для $\rho_1 = r_1$; $\tau_2 = \tau_2^{\text{max}}$ для $\rho_2 = r_1 + h_2$; $\tau_3 = \tau_3^{\text{max}}$ для $\rho_4 = r_1 + h_2 + h_3$.

Условие равнопрочности заключается в том, чтобы во всех слоях скручиваемого стержня предельное состояние наступило одновременно, то есть:

$$\tau_{1}^{\text{max}} = \frac{M_{z}G_{1}r_{1}}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}} = R_{\tau}^{(1)};$$

$$\tau_{2}^{\text{max}} = \frac{M_{z}G_{2}(r_{1} + h_{2})}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}} = R_{\tau}^{(2)};$$

$$\tau_{3}^{\text{max}} = \frac{M_{z}G_{3}(r_{1} + h_{2} + h_{3})}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}} = R_{\tau}^{(3)}.$$
(6)

Соотношения (6) приводятся к виду:

$$\frac{G_1 r_1}{R_{\tau}^{(1)}} = \frac{G_2 (r_1 + h_2)}{R_{\tau}^{(2)}} = \frac{G_3 (r_1 + h_2 + h_3)}{R_{\tau}^{(3)}},\tag{7}$$

$$\frac{G_1 R_{\tau}^{(2)}}{G_2 R_{\tau}^{(1)}} = \frac{r_1 + h_2}{r_1}; \quad \frac{G_2 R_{\tau}^{(3)}}{G_3 R_{\tau}^{(2)}} = \frac{r_1 + h_2 + h_3}{r_1 + h_2}, \tag{8}$$

Стержень с кольцевым поперечным сечением.

В стержне с кольцевым поперечным сечением касательные напряжения в каждом слое скручиваемого упругого стержня будут определяться соотношениями:

$$\tau_{1} = \frac{M_{z}G_{1}\rho_{1}}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}}, \quad r_{0} \leq \rho_{1} \leq r_{0} + h_{1};$$

$$\tau_{2} = \frac{M_{z}G_{2}\rho_{2}}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}}, \quad r_{0} + h_{1} \leq \rho_{2} \leq r_{0} + r_{1} + h_{2};$$

$$\tau_{3} = \frac{M_{z}G_{3}\rho_{3}}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}}, \quad r_{1} + h_{1} + h_{2} \leq \rho_{3} \leq r_{0} + h_{1} + h_{2} + h_{3}.$$
(9)

3десь r_0 – радиус полости;

 h_1 – толщина первого слоя.

Полярные моменты инерции слоёв определяются формулами:

$$I_{1\rho} = \frac{\pi}{2} \Big[(r_0 + h_1)^4 - r_0^4 \Big]$$
 — полярный момент инерции внутреннего слоя;

$$I_{2\rho} = \frac{\pi}{2} \Big[(r_0 + h_1 + h_2)^4 - (r_0 + h_1)^4 \Big]$$
— полярный момент инерции среднего слоя;

$$I_{3\rho} = \frac{\pi}{2} \Big[(r_0 + h_1 + h_2 + h_3)^4 - (r_0 + h_1 + h_2)^4 \Big] -$$
 полярный момент инерции внешнего слоя.

Максимальные касательные напряжения в каждом слое в момент наступления предельного равновесия будут определяться зависимостями:

$$\tau_{1}^{\max} = \frac{M_{z}G_{1}(r_{0} + h_{1})}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}} = R_{\tau}^{(1)};$$

$$\tau_{2}^{\max} = \frac{M_{z}G_{2}(r_{0} + h_{1} + h_{2})}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}} = R_{\tau}^{(2)};$$

$$\tau_{3}^{\max} = \frac{M_{z}G_{3}(r_{0} + h_{1} + h_{2} + h_{3})}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + G_{3}I_{3\rho}} = R_{\tau}^{(3)}.$$
(10)

На основании соотношений (10) запишем условия равнопрочности для трёхслойного неоднородного упругого стержня с кольцевым поперечным сечением:

$$\frac{G_1(r_0 + h_1)}{R_{\tau}^{(1)}} = \frac{G_2(r_0 + h_1 + h_2)}{R_{\tau}^{(2)}} = \frac{G_3(r_0 + h_1 + h_2 + h_3)}{R_{\tau}^{(3)}},\tag{11}$$

либо к виду:
$$\frac{G_1 R_{\tau}^{(2)}}{G_2 R_{\tau}^{(1)}} = \frac{r_0 + h_1 + h_2}{r_0 + h_1}; \frac{G_2 R_{\tau}^{(3)}}{G_3 R_{\tau}^{(2)}} = \frac{r_0 + h_1 + h_2 + h_3}{r_0 + h_1 + h_2}, \tag{12}$$

Из формул (7) и (8), а также (11) и (12) следует, что равнопрочность скручиваемого многослойного сплошного упругого цилиндрического стержня не зависит от действующей внешней нагрузки, а определяется лишь механическими характеристиками материалов слоёв стержня и геометрическими размерами слоёв.

Пример.

В качестве примера рассмотрим трёхслойный стержень с кольцевым поперечным сечением, у которого первый слой выполнен из меди, второй – из стали, третий – из алюминия:

$$G_1 = 4.8 \cdot 10^4 \text{ MHa}; \quad G_2 = 8.0 \cdot 10^4 \text{ MHa}; \quad G_3 = 2.7 \cdot 10^4 \text{ MHa}.$$
 $R_{\tau}^{(1)} = 70 \text{ MHa}; \quad R_{\tau}^{(2)} = 130 \text{ MHa}; \quad R_{\tau}^{(3)} = 50 \text{ MHa}.$

$$h_1 = 5 \text{ cm}, h_2 = 3 \text{ cm}, h_3 = 4 \text{ cm}.$$

Из формул (12) найдём величину радиуса полости (r_0) для заданных исходных данных:

Из (12₁),
$$r_0 = \frac{h_1 + h_2 - h_1 \frac{G_1 R_{\tau}^{(2)}}{G_2 R_{\tau}^{(1)}}}{\frac{G_1 R_{\tau}^{(2)}}{G_2 R_{\tau}^{(1)}} - 1} = 21,25 \, \mathrm{cm}.$$

Из (12₂),
$$r_0 = \frac{h_1 + h_2 + h_3 - h_1 \frac{G_2 R_{\tau}^{(3)}}{G_3 R_{\tau}^{(2)}}}{\frac{G_2 R_{\tau}^{(3)}}{G_3 R_{\tau}^{(2)}} - 1} = 20,65 \, \mathrm{cm}.$$

Таком образом, если в скручиваемом цилиндрическом стержне исходные данные соответствуют заданным, то стержень будет находиться в равнопрочном состоянии, если цилиндрическая полость будет иметь радиус в пределах от 20,65 см до 21,25 см.

Обобщения на стержень, состоящий из п разнородных слоёв

Пусть стержень с кольцевым поперечным сечением состоит из n разнородных слоёв. Каждый i – й слой характеризуется толщиной h_i , модулем сдвига материала слоя G_i и расчётным сопротивлением материала по касательным напряжениям $R_{\tau}^{(i)}$.

Касательные напряжения в i- м слое будут равны:

$$\tau_{i} = \frac{M_{z}G_{i}\rho_{i}}{G_{1}I_{1\rho} + G_{2}I_{2\rho} + ... + G_{n}I_{n\rho}}, \quad r_{0} + \sum_{j=0}^{i-1}h_{j} \leq \rho_{i} \leq r_{0} + \sum_{j=0}^{i}h_{j};$$

$$(13)$$
Здесь
$$I_{1\rho} = \frac{\pi}{2} \Big[(r_{0} + h_{1})^{4} - r_{0}^{4} \Big];$$

$$I_{2\rho} = \frac{\pi}{2} \Big[(r_{0} + h_{1} + h_{2})^{4} - (r_{0} + h_{1})^{4} \Big]; ...;$$

$$I_{n\rho} = \frac{\pi}{2} \Big[(r_{0} + h_{1} + ... + h_{n})^{4} - (r_{0} + h_{1} + ... + h_{n-1})^{4} \Big]$$

Максимальные касательные напряжения в каждом слое в момент наступления предельного равновесия будут определяться соотношениями:

$$\tau_i^{\text{max}} = \frac{M_z G_i \left(r_0 + \sum_{j=0}^i h_j \right)}{G_1 I_{1\rho} + G_2 I_{2\rho} + \dots + G_n I_{n\rho}} = R_{\tau}^{(i)}; \ i = 1, 2, \dots, n.$$
 (14)

Условия равнопрочности для n – слойного неоднородного упругого стержня с кольцевым поперечном сечением запишутся в следующей форме:

$$\frac{G_1(r_0 + h_1)}{R_{\tau}^{(1)}} = \frac{G_2(r_0 + h_1 + h_2)}{R_{\tau}^{(2)}} = \dots = \frac{G_n\left(r_0 + \sum_{j=0}^n h_j\right)}{R_{\tau}^{(n)}},$$
(15)

Либо

$$\frac{G_1 R_{\tau}^{(2)}}{G_2 R_{\tau}^{(1)}} = \frac{r_0 + h_1 + h_2}{r_0 + h_1}; \quad \frac{G_2 R_{\tau}^{(3)}}{G_3 R_{\tau}^{(2)}} = \frac{r_0 + h_1 + h_2 + h_3}{r_0 + h_1 + h_2}; \dots; \quad \frac{G_{n-1} R_{\tau}^{(n)}}{G_n R_{\tau}^{(n-1)}} = \frac{r_0 + \sum_{j=0}^{n} h_j}{r_0 + \sum_{j=0}^{n-1} h_j}. \quad (16)$$

Чтобы записать условия равнопрочности для стержня со сплошным поперечным сечением нужно в формулах (15) и (16) принять $r_0 = 0$ и $h_1 = r_1$, где r_1 – радиус внутреннего слоя.

Выводы.

- 1. Равнопрочность скручиваемого многослойного сплошного упругого цилиндрического стержня не зависит от действующей внешней нагрузки, а определяется лишь механическими характеристиками материалов и геометрическими размерами слоёв.
- 2. На основании теоретических и численных исследований показано, что выполнение условий равнопрочности скручиваемого цилиндрического многослойного неоднородного упругого стержня является труднодостижимым и, вообще говоря, может быть использовано лишь для оценки равнопрочности стержня.

Библиографический список

- 1. Сопротивление материалов. Под ред. А.Ф. Смирнова. Учебник для вузов. Изд. 3-е, перераб и доп. М., «Высш. школа», 1975. 480 с.
- 2. Арутунян Н.Х., Абрамян Б.Л. Кручение упругих тел. М., «Физматгиз», 1963. 636 с.
- 3. Болотин В. Механика многослойных конструкций / М., «Машиностроение», 1980. 375 с.
- 4. Лехницкий С.Г. Кручение анизотропных и неоднородных стержней. М., «Наука», 1971. 240 с.
- 5. Миронов Б.Г., Миронов Ю.Б. К вопросу кручения неоднородных стержней, находящихся под действием внешнего давления // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 3 (49). С. 42-46. DOI: 10.37972/chgpu.2021.49.3.005
- 6. Миронов Б.Г., Миронов Ю.Б. К вопросу о кручении неоднородных цилиндрических стержней из идеального жесткопластического материала // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2019. № 4 (42). С. 77-83. DOI: 10.26293/chgpu.2019.42.4.011
- 7. *Миронов Б.Г., Миронов Ю.Б.* Кручение неоднородных цилиндрических и призматических стержней из идеально пластического материала при линеаризованном условии пластичности // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2020. № 6. С. 65-72. DOI: 10.31857/S0572329920060100
- 8. Деревянных Е.А., Митрофанова Т.В. О кручении кусочно-неоднородных цилиндрических стержней // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 8-3 (19-3). С. 251-255. DOI: 10.12737/15635
- 9. Нуримбетов А.У. Кручение многослойного призматического анизотропного стержня, составленного из ортотропных материалов // Вестник

Российского университета дружбы народов. Серия: Математика, информатика, физика. 2009. № 4. С. 63-75.

10. Нуримбетов А.У. Решение задачи кручение слоистых композиционных стержней произвольного сечения методом конечных элементов // Строительная механика и расчет сооружений. 2009. № 4 (225). С. 24-30.

УДК 692.233:69.04

ИНФОРМАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СТЕН И ПРОСТЕНКОВ КИРПИЧНОГО ДОМА С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ

Викторов Валерий Васильевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства» г. Пенза, Российская Федерация, к. т. н., доцент кафедры «Строительные конструкции»

Викторова Ольга Леонидовна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, к. т. н., доцент кафедры «Городское строительство и архитектура»

Субхонов Ораш Хасанович

Республика Таджикистан

Куприянова Алина Евгеньевна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства». г. Пенза, Российская Федерация, студентка

В соответствии с [1] технические решения, принимаемые при проектировании и возведении зданий должны обеспечивать безопасность. Безопасность зданий обеспечивается либо прямым исполнением положений нормативных документов, входящих в соответствующие перечни, либо выполнением расчетов по апробированным методикам.

При проектировании зданий с кирпичными несущими и самонесущими стенами наиболее трудоемким процессом является определение несущей способности простенков и стен в соответствии с [2].

На каждом этаже имеется по нескольку десятков различных простенков, а с учетом количества этажей число таких простенков может исчисляться сотнями.

Простенки самонесущих стен воспринимают нагрузку только от собственного веса, которая постепенно накапливается от вышележащих этажей к этажам нижележащим.

Простенки несущих стен дополнительно несут нагрузку от перекрытий, опирающихся на них. Причем, как правило, каждый простенок имеет индивидуальные габаритные размеры, индивидуальную грузовую площадь и индивидуальную нагрузку, действующую по этой грузовой площади.

В процессе расчета для каждого простенка в соответствии с [3] необходимо определить нагрузку, действующую на простенок. В соответствии с [2] определить несущую способность простенка в двух плоскостях. При необходимости подобрать требуемое армирование простенка сетчатой арматурой.

Электронные таблицы типа "MS Excell" позволяют ускорить работу по расчету несущей способности простенков. Однако, зачастую в процессе проектирования по ходу расчета в исходные данные приходится вносить некоторые коррективы, которые приводят к необходимости корректировки данных в тех таблицах, где эти данные уже заведены. Здесь возможны два подхода — либо заполнение электронных таблиц сначала с новыми исходными данными, либо корректировка данных в уже заполненных таблицах. И первый и второй способ весьма трудоемки, причем второй способ оставляет широкое поле для возникновения возможных ошибок от недоисправленных показателей.

Выходом в данном случае может быть создание сквозной структуры таблиц с исходными данными и результатами расчета, где внесение корректив в любом месте таблицы отразится на значениях всех остальных таблиц.

В настоящей работе приводится описание структуры таких взаимосвязанных таблиц в формате "MS Excell".

Исходные данные и результаты расчета находятся в двух типах файлов базовом "Base_Pressure.xls" и линейном "Wall_pressure.xls". Базовый файл для

находится в единичном экземпляре. Количество линейных файлов может быть любым, в зависимости от сложности здания и требуемых объемов расчета. для расчета.

Базовый файл содержит несколько закладок с базовыми исходными данными. В закладке "Base" содержится таблица марками кирпича и марками раствора по этажам, а также типом кирпича (глиняный, силикатный, бетонный блок подвала и т.п.). Дополнительные данные таблицы с нормативной и расчетной табличной плотностью кладки, деформациями усадки, упругой характеристикой кладки и другими данными подгружаются автоматически из дополнительной таблицы с базовыми данными.

Лист "Wall" содержит информацию составе наружных и внутренних стен. Имеются таблицы с информацией о послойном составе стен и автоматически формируемая сводная таблица с номером стены, ее названием и значениями нормативной и расчетной нагрузок от веса стены.

Лист "Floor" реализована аналогично закладке "Wall" но содержит информацию составе и весе полов.

Лист "Septum" реализована аналогично закладке "Wall" но содержит информацию составе и весе перегородок. Дополнительно имеется информация о высоте перегородок и погонной нагрузке от ее веса.

Лист "Var" содержит таблицу с информацией о временных полезных, и технологических нагрузках, и таблицу с нагрузками от веса несущих конструкций перекрытий.

Листы "Plate_n" (_n - произвольный номер) содержат таблицы со значением нагрузок на стены от веса различных участков перекрытий.

В данные таблицы заносится информация о типе перекрытия (балочного/консольного), пролет и ширина рассматриваемого участка. Дополнительно в таблицы заносится информация о номерах полезной нагрузки и конструкции перекрытия из листа "Var", номере типа пола из листа "Floor", номере типа перегородки из листа "Septum". Виды постоянных и временных нагрузок, действующих на перекрытие, заносятся в виде соответствующих

цифровых кодов и координат расположения нагрузки на перекрытии. Правильность вида нагрузки контролируется по автоматически появляющемуся названию и номинальному значению нагрузки.

Линейный файл содержит три типа листов.

Лист "Ось_п" (_n - произвольный номер стены) содержит ссылки на имя базового файла и лист "Plate" в базовом файле. В таблицу листа поэтажно заносится информация о номере типа стены на этаже (из листа "Wall") и номер участка покрытия слева и справа из листа "Plate_n". Все необходимые данные о пролете и нагрузке от перекрытия на стену подгружаются автоматически. Контроль производится по подгружаемому названию типа стены или типа перекрытия.

Дополнительно производится поэтажное накопление нагрузок на стену и нагрузка от стены на фундамент.

Вычисляется величина вертикальной деформации стен для контроля возможности отрыва несущих стен от ненесущих и назначении количества монолитных распределяющих поясов.

Результат расчета представлен на рис. 1.

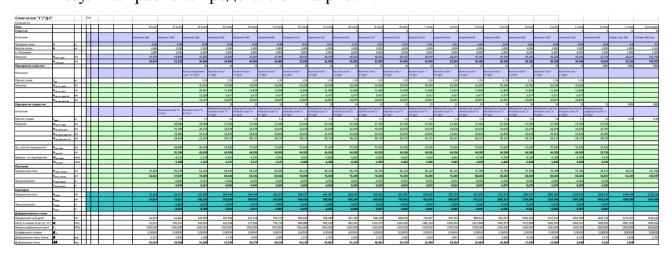


Рисунок 1. Таблица определения поэтажной нагрузки на стены

На листе имеются дополнительные таблицы, в которых автоматически в соответствии с [4] вычисляется с требуемое количество рядов и шаг свай под стены.

Для заданных размеров поперечного сечения ростверка в соответствии с [5] вычисляется требуемое армирование в продольном и поперечном направлении.

Лист ПРС_п (_n - произвольный номер простенка) предназначен для вычисления несущей способности простенков. Он содержит ссылку на лист "Ось_п" из которого берутся базовые нагрузки и данные базовых таблиц. В одной из таблиц содержится информация о поэтажной ширине и грузовой ширине рассматриваемого простенка, информация о размере дверного или оконного проема вокруг простенка. В этой же таблице содержится информация об армировании простенка – диаметр, ячейка, шаг по высоте и класс арматуры.

В основной таблице выполняется расчет несущей способности простенка по следующему алгоритму

Для каждого простенка определяется продольная сила N, действующей с эксцентриситетом e_0 .

Каждый рассматриваемый простенок имеет высоту l, равную высоте этажа. Толщину h, равную толщине несущего слоя стены. Ширину b, равную ширине несущего слоя простенка.

Площадь поперечного сечения A, вычисляется по формуле $A = b \cdot h$.

Площадь сжатой части поперечного сечения A_c принимается в предположении того, что равнодействующая нагрузки проходит через центр сжатой зоны и вычисляется по формуле

$$A_c = A \cdot (1 - 2 \cdot e_0 / h) = b \cdot h_c.$$

Высота сжатой части сечения кладки. Вычисляется по формуле

$$h_c = h - 2 \cdot e_0$$
.

Материал простенков — каменная (армокаменная) кладка из кирпича (глиняного или силикатного, одинарного или полуторного) или крупных бетонных блоков (конструкции фундаментов) и цементно—песчаного раствора.

В зависимости от марки кирпича и марки раствора кладка имеет расчетное сопротивление неармированной кладки сжатию R. Табличное значение расчетного сопротивления умножается на коэффициенты условий работы, коэффициенты зимней кладки, коэффициент коэффициент качества кладки и

строительных материалов. Значения коэффициентов могут регулироваться в процессе моделирования.

Упругая характеристика неармированной кладки а, принимается автоматически.

Расчетная длина простенка l_0 принимается равной высоте этажа l.

Гибкость простенка в плоскости изгиба l_h , гибкость сжатой части простенка в плоскости изгиба l_{hc} и гибкость простенка из плоскости изгиба l_b вычисляется по формулам

$$l_h = l_0 / h;$$
 $l_{hc} = l_0 / h_c;$ $l_b = l_0 / b.$

Коэффициент продольного изгиба простенка j, коэффициент продольного изгиба сжатой части простенка j_c , коэффициент продольного изгиба простенка в направлении из плоскости изгиба j_b , определяются автоматически в зависимости от гибкости l и упругой характеристики кладки a (a_{sk} для армированной кладки). Расчетный коэффициент продольного изгиба простенка j_l вычисляется по формуле $j_l = \frac{j+j_c}{2}$;

Коэффициент учитывающий длительность действия нагрузки m_g для простенков толщиной более 30 см принимается равным 1,0.

Коэффициент, учитывающий влияние работы кладки за пределами сжатой зоны w, вычисляется по формуле $w=1+\frac{e_0}{h}$ и принимается не более 1,45.

Предельно допустимое значение расчетной продольной силы для внецентренно сжатого простенка из неармированной кладки вычисляется по формуле

$$N_{np} = m_g \cdot j_I \cdot R \cdot A_c \cdot w$$

Предельно допустимое значение расчетной продольной силы для центрально сжатого простенка из неармированной кладки, либо простенка в направлении из плоскости изгиба вычисляется по формуле

$$N_{np}=m_g\cdot j\cdot R\cdot A.$$

В зависимости от действующих на нее нагрузок кладка может армироваться стальными сварными сетками с расстоянием между стержнями c, укладываемыми в горизонтальные ряды кладки с расстоянием между сетками s.

Материал сеток — арматурная сталь класса A-240 (ГОСТ 5481-82*) диаметром 6, 8 мм или B-500 (ГОСТ 6727-80) диаметром 3, 4, 5 мм. Сетки должны быть сварены контактной точечной сваркой в соответствии с ГОСТ 14098-91.

Нормативное R_{sn} и расчетное R_{s} сопротивление стали растяжению принимается в соответствии с [5].

В расчете эти значения участвуют с учетом коэффициента условий работы стали g_{cs} , принимаемого в соответствии с табл. 14 [2].

Предельно допустимое значение расчетной продольной силы для внецентренно сжатого простенка из армированной кладки вычисляется по формуле:

$$N_{np} = m_g \cdot j_1 \cdot R_{skb} \cdot A_c \cdot w$$

где в R_{skb} - расчетное сопротивление армированной внецентренно сжатой кладки, вычисляется по формуле

$$R_{skb} = R + 2 \cdot \frac{m \cdot R_s}{100} \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot e_0}{h}\right)$$

Предельно допустимое значение расчетной продольной силы N для центрально сжатого простенка из армированной кладки, либо простенка в направлении из плоскости изгиба вычисляется по формуле.

$$N_{np} = m_g \cdot j \cdot R_{sk} \cdot A$$

где в R_{sk} - расчетное сопротивление армированной кладки, вычисляется по формуле

$$R_{sk} = R + 2 \cdot m \cdot R_s / 100;$$

в формулах коэффициент армирования принимается не менее минимального

$$m_{min} = 0,1\%$$
 и не более максимального $m_{max} = \frac{50 \cdot R}{\left(1 - \frac{2 \cdot e_0}{y}\right) \cdot R_s}$.

При выполнении условия прочности $N_{np} \ge N$ — несущая способность простенка обеспечена с коэффициентом запаса

$$K = \frac{N_{np} - N}{N_{np}} \times 100\%$$

При невыполнении условия прочности следует изменить марку раствора, марку камня или коэффициент армирования простенка.

Процесс выполнения расчета заключается в переключении ячейки с номером рассматриваемого этажа.

Результат расчета представлен на рис. 2.



Рисунок 2. Таблица определения несущей способности кирпичного простенка

В результате расчета определяется несущая способность простенка (допустимая нагрузка), которая сравнивается с нагрузкой, действующей на простенок. Нагрузки сравниваются, вычисляется коэффициент запаса или перегрузки.

Если действующая нагрузка превышает допустимую, несущая способность простенка может быть откорректирована назначением или увеличением количества арматуры в простенках.

Дополнительно реализовано графическое изображение рассматриваемого простенка с примерной схемой расположения сеток армирования.

После назначения армирования простенков для каждого из этажей с использованием макроса, написанного на языке "Visual Basic" производится автоматический пересчет несущей способности простенка на всех этажах с заполнением результирующей таблицы коэффициентов запаса.

Результирующая информация о результатах расчета несущей способности простенков автоматически собирается на листе "Base_2". В таблице имеется информация о габаритных размерах простенков, их грузовой ширине и требуемом армировании простенка.

Дополнительно для каждого простенка имеется информация о коэффициенте запаса несущей способности и эквивалентной нагрузке на перекрытие слева и справа. Величина эквивалентной нагрузки на перекрытие позволит выполнить корректное назначение несущей способности плит перекрытия.

Результат расчета представлен на рис. 3.

Армирование	Прс_1_101									
Этаж	Ширина грузовая	Длина	Ширина	Диаметр	Ячейка	Шагсеток	Нагр на прк. слева	Нагр на прк. справа	К-т	Прим.
	b _{гр} , м	I,M	b,m	Ø, mm	c, mm	s, mm	р _{лев} , кПа	р _{прав} , кПа	запаса	
21 этаж										
20 этаж										
19 этаж										
18 этаж	6,29	6,29	0,38						96,9%	
17 этаж	6,29	6,29	0,38					9,94	82,4%	
16 этаж	6,29	5,9	0,38				3,10	7,84	76,1%	
15 этаж	6,29	5,9	0,38				3,68	10,56	63,8%	
14 этаж	6,29	5,9	0,38				3,68	10,56	51,5%	
13 этаж	6,29	5,9	0,38				3,68	10,56	39,0%	
12 этаж	6,29	5,9	0,51				3,68	10,56	26,5%	
11 этаж	6,29	5,9	0,51				3,68	10,56	39,8%	
10 этаж	6,29	5,9	0,51				3,68	10,56	30,1%	
9 этаж	6,29	5,9	0,51				3,68	10,56	20,5%	
8 этаж	6,29	5,9	0,51	5	50	400	3,68	10,56	31,9%	
7 этаж	6,29	5,9	0,51	5	50	400	3,68	10,56	24,6%	
6 этаж	6,29	5,9	0,51	5	50	300	3,68	10,56	23,2%	
5 этаж	6,29	5,9	0,64	5	50	400	3,68	10,56	31,8%	
4 этаж	6,29	5,9	0,64	5	50	400	3,68	10,56	25,7%	
3 этаж	6,29	5,9	0,64	5	50	300	3,68	10,56	25,7%	
2 этаж	6,29	5,9	0,64	5	50	200	3,68	10,56	30,6%	,
1 этаж	6,29	5,9	0,64	5	50	200	3,68	10,56	25,7%	
0 этаж	6,76	6,76	0,64	5	50	200		10,59	29,0%	
-1 этаж	6,76	6,7	0,6						13,5%	
тетн.кл.	только летняя кладка;									
паб.кнтр.	лабораторный контроль кирпича, раствора и качества кладки									
і.кл.+л.кн	летняя кладка с лабораторным контролем;									
не несет	несущая способность обеспечена быть не может, нужны дополнительные мероприятия по усилению									
	при коэффиці						,			

Рисунок 3. Результирующая таблица параметров поэтажного армирования кирпичного простенка

Следует отметить, что любое внесение изменений в исходные данные на различных этапах моделирования приводит к автоматическому пересчету всех результатов, связанных с этим изменением.

Таким образом, после введения необходимых исходных данных, рутинный процесс проектирования превращается в достаточно увлекательный процесс моделирования, при котором исходные данные для расчета можно менять без необходимости выполнения полного перерасчета несущей способности конструкций здания.

Библиографический список

- 1. Федеральный закон от 30 декабря 2009 года №384-ФЗ "Технический регламент о безопасности зданий и сооружений" М.: РГ Федеральный выпуск №5079, 2009.
- 2. СП 15.13330.2020 СНиП II-22-81* Каменные и армокаменные конструкции. М.: Минстрой РФ, 2020.
- 3. СП 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*. М.: Минстрой РФ, 2016.
- 4. СП 24.13330.2021 СНиП 2.02.03-85 Свайные фундаменты. М.: Минстрой РФ, 2021.
- 5. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М.: Минстрой РФ, 2018.

ТЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТОНКОСТЕННОГО Z-ОБРАЗНОГО СТЕРЖНЯ С НАРУЖНОЙ ОТБОРТОВКОЙ

Волков Владимир Павлович

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика»

Икромзода Орзу Каримджон

Республика Таджикистан, г. Гиссар, студент

Джабборов Насиб Джумаевич,

Республика Таджикистан г. Айни, студент

Условные обозначения:

XY – главные центральные оси сечения;

B=2b — габаритная ширина профиля сечения;

H=2h – габаритная высота срединной линии профиля сечения;

L – полная длина срединной линии профиля сечения;

 δ —толщина листа тонкостенного стержня;

s — длина отбортовки.

Задача определения геометрических размеров гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины δ с внутренней отбортовкой s (рис.1) рассмотрена в [1]:

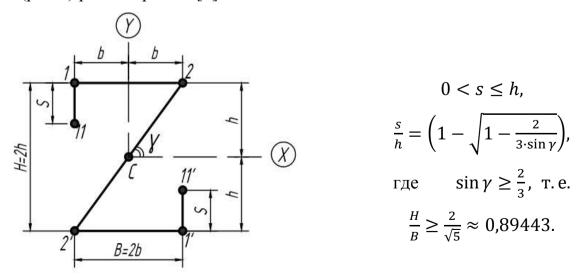


Рис. 1. С внутренней отбортовкой *s*

В статье рассматривается задача определения размеров внешней, т.е. наружной, отбортовки s, выходящей за пределы габаритов сечения $B \times H$ для гнутого тонкостенного стержня Z-образного сечения постоянной толщины δ с полкой, параллельной главной центральной оси X.

Учитывая центральную симметрию, рассмотрим верхнюю половину сечения.

Декартовые координаты x, y характерных точек и длины соответствующих участков l (рис. 3):

$$x_{11} = -b;$$
 $y_{11} = h + s > 0;$ $l_{11} = s;$ $x_1 = -b;$ $y_1 = h;$ $l_1 = 2b;$ $x_2 = b;$ $y_2 = h;$ $l_2 = \sqrt{b^2 + h^2}.$

Центральные оси XY (рис.1) являются главными [2], если

$$I_{XY} = \int_{L/2} \delta(s) \cdot x(s) \cdot y(s) \cdot ds \Rightarrow 0,$$

$$s \cdot b \cdot \left(h + \frac{s}{2}\right) = \frac{l_2 \cdot b \cdot h}{3},$$

$$s^2 + 2sh - \frac{2}{3}l_2h = 0,$$

$$s = h \cdot \frac{2}{3 \cdot \sin y}.$$
(1)

Введем обозначения:

$$\psi = \frac{B}{H} \Rightarrow \frac{b}{h};$$

$$l = \frac{l_2}{h} \Rightarrow \sqrt{1 + \psi^2};$$

$$\varepsilon = \frac{s}{h} \Rightarrow \frac{2}{3 \cdot \sin \nu}.$$

Относительная длина контура гнутого Z-образного профиля:

$$\frac{L}{H} = \frac{L/2}{h} \Rightarrow l + 2 \cdot \psi + \varepsilon,$$
где $L/2 = l_2 + 2b + s$. (2)

Главные осевые моменты инерции определяются по формулам:

$$I_x = \int_A y^2(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{L/2} y^2(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left\{ l_1 \cdot h^2 + \frac{1}{3} \cdot l_2 \cdot y_2^2 - \frac{1}{3} \cdot Y_1^3 + \frac{1}{3} \cdot Y_{11}^3 \right\},$$

$$I_{x} \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^{3}} \Rightarrow 2\psi + \frac{l}{3} + \varepsilon + \varepsilon^{2} + \frac{\varepsilon^{3}}{3};$$

$$I_{y} = \int_{A} x^{2}(s) \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{L/2} x^{2}(s) \cdot ds \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \left\{ \frac{(2b)^{3}}{12} + \frac{l_{2} \cdot b^{2}}{3} + s \cdot b^{2} \right\},$$

$$I_{y} \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^{3}} \Rightarrow \left(\frac{2 \cdot \psi + l}{3} + \varepsilon \right) \cdot \psi^{2}.$$

$$(4)$$

Главные осевые моменты сопротивления определяются по формулам:

$$W_{\chi} = \frac{l_{\chi}}{y_{max}} \Rightarrow \frac{l_{\chi}}{h+s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot \delta}{h+s} \cdot \left\{ l_{1} \cdot h^{2} + \frac{1}{3} \cdot l_{2} \cdot y_{2}^{2} + \frac{1}{3} \cdot Y_{1}^{3} - \frac{1}{3} \cdot Y_{11}^{3} \right\},$$

$$W_{\chi} \cdot \frac{h+s}{2 \cdot \delta \cdot h^{3}} \Rightarrow 2\psi + \frac{l}{3} + \varepsilon + \varepsilon^{2} + \frac{\varepsilon^{3}}{3};$$
(5)

$$W_{y} = \frac{l_{y}}{x_{max}} \Rightarrow \frac{l_{y}}{b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot \delta}{b} \cdot \left\{ \frac{(2b)^{3}}{12} + \frac{l_{2} \cdot b^{2}}{3} + s \cdot b^{2} \right\},$$

$$W_{y} \cdot \frac{1}{2 \cdot \delta \cdot h^{2}} \Rightarrow \left(\frac{2 \cdot \psi + l}{3} + \varepsilon \right) \cdot \psi. \tag{6}$$

Для нахождения главного секториального момента инерции

 $I_{\omega} = \int_{A} \overline{\omega}^{2}(s) \cdot dA$ введем секториальные координаты ω (удвоенная площадь сектора, где полюс и начальная точка отсчета выбраны в точке C):

$$\omega_C = \omega_2 \Rightarrow 0;$$

$$\omega_1 = 2b \cdot h \Rightarrow h^2 \cdot (2 \cdot \psi);$$

$$\omega_{11} = \omega_1 - s \cdot b \Rightarrow h^2 \cdot (2 - \varepsilon) \cdot \psi.$$
(8)

Секториальный статический момент:

$$S = \int_{A} \omega \cdot dA \Rightarrow 2 \cdot \delta \cdot \int_{L/2} \omega \cdot ds = 2 \cdot S_{11},$$

$$S_{C} = S_{2} \Rightarrow 0;$$

$$S_{1} = \delta \cdot \left(\frac{\omega_{1} \cdot 2b}{2}\right) \Rightarrow \delta \cdot h^{3} \cdot (2 \cdot \psi^{2});$$

$$S_{11} = S_{1} + \delta \cdot \frac{\omega_{11} + \omega_{1}}{2} \cdot s \Rightarrow \delta \cdot h^{3} \cdot \left(2 \cdot \psi^{2} + \frac{4 - \varepsilon}{2} \cdot \psi \cdot \varepsilon\right). \tag{9}$$

Постоянная D, определяющая главную начальную точку отсчета M_0 ,

т. е. s_0- расстояние от т. 2 до точки, где $\overline{\omega}=0$:

$$D = \frac{s}{\int_A dA} \Rightarrow \frac{s_{11}}{\delta \cdot L/2} \Rightarrow h^2 \cdot \frac{2 \cdot \psi^2 + \frac{4 - \varepsilon}{2} \cdot \psi \cdot \varepsilon}{l + 2 \cdot \psi + \varepsilon}; \tag{10}$$

$$s_0 = 2b \cdot \frac{D}{\omega_1} \Rightarrow 2b \cdot \frac{\psi + \varepsilon - \left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^2}{l + 2 \cdot \psi + \varepsilon}.$$
 (11)

Главные секториальные координаты $\overline{\omega} = \omega - D$:

$$\overline{\omega}_C = \overline{\omega}_2 \Rightarrow h^2 \cdot \left(-\frac{D}{h^2}\right);$$
 (12)

$$\overline{\omega}_1 \Rightarrow h^2 \cdot \left(2 \cdot \psi - \frac{D}{h^2}\right);$$
 (13)

$$\overline{\omega}_{11} \Rightarrow h^2 \cdot \left((2 - \varepsilon) \cdot \psi - \frac{D}{h^2} \right).$$
 (14)

После определения геометрических характеристик, по принципу независимости действия сил, полные нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения жесткого тонкостенного Z-образного стержня (с учетом знака) определяются по формуле [2]:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} \cdot Y(s) + \frac{M_y}{I_y} \cdot X(s) + \frac{B_\omega}{I_\omega} \cdot \overline{\omega}(s), \tag{15}$$

где внутренние усилия:

 N, M_x, M_y — соответственно продольная сила и изгибающие моменты относительно главных центральных осей, определяемые методом сечения,

 B_{ω} — бимомент в рассматриваемом поперечном сечении, определяемый из решения дифференциального уравнения для углов закручивания при стесненном кручении тонкостенного стержня открытого профиля.

Библиографический список

- 1. Волков В.П., Кустова O.B. Геометрические характеристики тонкостенного Z-образного стержня с отбортовкой [Электронный ресурс] 2016. URL: //Моделирование И механика конструкций. **№**4. http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no1/stroitelnayamechanika/opredelenie-geometricheskih-harakteristik-tonkostennogo-z-obraznogosterzhnya/at_download/file (дата обращения: 07.11.2016).
- 2. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. М: Высш. шк., 1995. 560 с.; ил.

ТЕХНИЧЕСКАЯ ЭКСПЕРТИЗА: ОБЪЕКТЫ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ

Гарькин Игорь Николаевич

ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы», г. Москва, Российская Федерация, кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Архитектура, реставрация и дизайн»

Гарькина Ирина Александровна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математика и математическое моделирование»

Кудишина Алина Эдуардовна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент

В современных условиях особую значимость приобретает безопасность объектов гражданской обороны, поскольку они предназначены для защиты населения в экстренных ситуациях. Техническая экспертиза строительных конструкций таких объектов становится необходимым условием для оценки их состояния и дальнейшего использования. Целью данной статьи является презентация примера проведения технической экспертизы защитного сооружения, а также выявление характерных дефектов; определение причин их возникновения и предоставление рекомендаций для устранения выявленных недостатков.

Объектом исследования является заглубленное защитное сооружение гражданской обороны, построенное в 1989 году; представляет собой сборную железобетонную конструкцию полуподземного типа (размер 42,0 на 30,0 метров) с конструктивными элементами: фундаментная монолитная плита, стеновые панели и колонны. Основное назначение данного сооружения — эвакуация населения и его безопасное пребывание во время чрезвычайных ситуаций, в том числе военных конфликтов.

После сдачи в эксплуатацию в 1989 году и активной эксплуатации до начала 90-х годов сооружение фактически не использовалось, что привело к значительному изменению его состояния. Техническое обследование выявило, что фундаменты подверглись значительному физическому износу (70 %), что связано с отсутствием песчаной подушки и грунтовой засыпки (в свою очередь это создало условия для неравномерных осадок и деформаций).

В процессе обследования были также выявлены и дефекты различных строительных элементов. Среди самых серьезных вопросов — замачивание конструкций, отслоение защитного слоя бетона и оголение арматуры, что, по сути, свидетельствует о сульфатной коррозии бетона и наличии грибка и плесени. Разрушение гидроизоляции, а также систем отопления и водоснабжения также существенно снижает безопасность данного объекта.



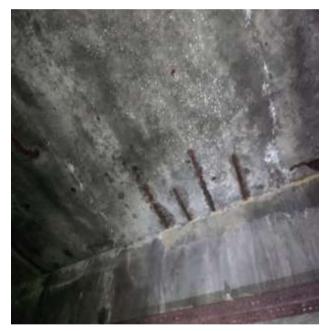


Рис.1 Трещина в несущей балке

Измерения прочности бетона показали, что она значительно ниже проектных значений и ставит под угрозу эксплуатацию сооружения. Особенно тревожно, что конструктивные элементы имеют прочность ниже проектной на треть. Это делает их непригодными для обеспечения должной безопасности при возможных внешних нагрузках (взрывы или удары).

На основании проведенной технической экспертизы можно сделать следующие выводы:

- защитное сооружение находится в аварийном состоянии, что представляет непосредственную угрозу жизни и здоровью людей при его использовании;
- прочность основных несущих конструкций снижена на 30 %, что делает его эксплуатацию недопустимой даже в условиях отсутствия чрезвычайных ситуаций;
- полное разрушение инженерных систем и постоянные подтопления значительно ухудшают оперативные характеристики сооружения и делают его некондиционным;
- проведение восстановительных работ требует значительных затрат, которые нецелесообразны по сравнению с возможностью нового строительства;
- рекомендуется провести демонтаж сооружения и снять его с учета, так как дальнейшая эксплуатация не представляется возможной.

Таким образом, техническая экспертиза сооружения не только выявила критические недостатки в его состоянии, но и подтвердила необходимость принятия мер по его дальнейшей утилизации. Результаты экспертизы были переданы в орган исполнительной власти для принятия соответствующих решений относительно дальнейшего использования объекта гражданской обороны.

Важность оперативного реагирования на результаты технической экспертизы нельзя переоценить, особенно когда дело касается безопасности населения и сохранения инфраструктуры. Рекомендуется учесть некоторые аспекты в будущем.

Стратегия по ликвидации угроз. В первую очередь необходимо разработать четкий план по демонтажу аварийного сооружения. Это включает в себя не только процесс физического удаления объектов, но и оценку потенциальных рисков, связанных с его сносом. Безопасность работников, задействованных в процессе демонтажа, должна оставаться на первом месте.

Также следует обеспечить безопасность окружающих жителей и объектов, находящихся в непосредственной близости.

Устранение последствий. После демонтажа аварийного сооружения важно провести работы по восстановлению территории. Это может включать в себя очистку площади от строительного мусора и возможное проведение рекультивации земель. Если на этой территории возможно новое строительство, следует рассмотреть проектирование нового здания с учетом ранее выявленных проблем, чтобы избежать аналогичных недостатков в будущем.

На основе выводов, полученных в результате экспертизы, рекомендуется внести изменения в существующие строительные нормы и правила. Это поможет улучшить контроль за качеством выполнения работ и повысить долговечность сооружений. Важно, чтобы проектировщики, строители и инспектирующие органы имели четкие и актуальные рекомендации на основании полученных данных.

Стоит акцентировать внимание на обучении специалистов и информировании населения о потенциальных рисках, связанных с эксплуатации подобных сооружений. Создание учебных программ и курсов повышения квалификации для инженеров поможет повысить общий уровень знаний в области проектирования и эксплуатации объектов гражданской обороны.

Нельзя забывать о том, что процесс ликвидации аварийной ситуации должен включать активное взаимодействие с местными органами власти, экологическими службами и общественностью. Информирование населения о предпринимаемых мерах и вовлечение его в обсуждение новых проектов является важной частью работы по улучшению общественной безопасности и доверия к властям.

Заключение

Результаты проведенной экспертизы подчеркивают необходимость системного подхода к вопросам проектирования, строительства и эксплуатации объектов гражданской обороны. За считанные годы условия и требования к таким сооружениям могут значительно изменяться, поэтому регулярные

проверки и экзамены становятся неотъемлемой частью обеспечения безопасности населения. Профессиональные выводы специалистов должны приниматься во внимание и учитываться при планировании будущих проектов, чтобы избежать трагических последствий и сохранить жизнь людей.

Важно рассмотреть внедрение новых технологий в проектирование и строительство объектов гражданской обороны. Современные разработки в области материаловедения, автоматизации строительных процессов и проектирования на основе цифровых технологий обещают значительно повысить качество и безопасность строений.

Использование инновационных программных решений может позволить проектировщикам проводить более точные расчеты, моделировать потенциальные воздействия различных природных и техногенных факторов, а также оптимизировать процесс планирования.

На сегодняшний день большинство объектов, отметивших множество лет своей эксплуатации, требуют не только регулярного контроля состояния, но и возможной модернизации. Реализация программ по обновлению старых сооружений с учетом современных норм и стандартов позволит значительно повысить их устойчивость и функциональность. Применение новых технологий укрепления конструкций, внедрение актуальных систем противопожарной защиты и безопасности, а также создание современного механизма обслуживания и контроля — все это сможет обеспечить надежность и долговечность старых зданий.

Важным аспектом в совершенствовании проектирования и эксплуатации объектов гражданской обороны является сотрудничество с научными и исследовательскими учреждениями. Участие ученых и специалистов в области гражданской безопасности в проектных группах позволит не только улучшить качество проектирования, но и внедрять на практическом уровне новые исследования в сферах устойчивости, материаловедения и инжиниринга. Регулярные научные конференции и семинары давали бы возможность обмениваться опытом, искать решение актуальных проблем и формировать

единое информационное пространство между научным сообществом и отраслью.

Нельзя забывать о необходимости повышения уровня общественного доверия к государственным органам и проектировщикам. Вовлечение жителей в процесс принятия решений на начальных этапах проектирования, открытые обсуждения и консультации могут существенно изменить восприятие проектов. Создание механизма обратной связи, позволяющего населению выражать свои мнения и опасения, является важным шагом к налаживанию конструктивного диалога между властью, специалистами и обществом.

Подводя итог, можно заметить, что для достижения устойчивой и безопасной инфраструктуры в области гражданской обороны необходимо многостороннее сотрудничество, интеграция новейших технологий и системный подход к изменению существующих норм. Работы, проведенные в данном направлении, позволят не только обеспечить защиту населения в экстренных ситуациях, но и создадут прочную основу для развития всей строительной отрасли. Важно помнить, что безопасность — это не только задача отдельных специалистов, но и общее дело всего общества, требующее внимания и участия каждого.

Библиографический список

- Шеин А.И., Бакушев С.В., Зернов В.В., Зайцев М.Б. Опыт обследования зданий и сооружений // Моделирование и механика конструкций. 2017. № 5. С. 16.
- 2. Гарькин И.Н., Гарькина В.А. Техническая экспертиза: предотвращение обрушений зданий // Вестник ПГУАС: строительство, наука и образование. 2020. № 1 (10). С. 28-32.
- 3. Нежданов К.К., Гарькин И.Н., Кузьмишкин А.А., Мягков Д.А. Перспективный способ механизированного разбора завалов после обрушения конструкций // Фундаментальные исследования. 2015. № 2-10. С. 2115-2119..

- 4. Гарькин И.Н., Гарькина И.А., Клюев С.В., Саденко Д.С. Из опыта экспертизы конструкций зданий и сооружений в условиях Крайнего Севера // Региональная архитектура и строительство. 2022. № 4 (53). С. 66-74.
- Гарькин И.Н., Агафонкина Н.В. Некоторые аспекты обследования строительных конструкций здания во время капитального ремонта // Моделирование и механика конструкций. 2022. № 16. С. 103-108
- 6. Шеина С. Г., Виноградова Е.В., Денисенко Ю.С. Пример применения ВІМ технологий при обследовании зданий и сооружений // Инженерный вестник Дона. 2021. URL: № 6. ivdon.ru/ru/magazine/archive/n6y2021/7037
- 7. Кузин Н.Я., Багдоев С.Г. Оценка внешних факторов на несущую способность конструкций гражданских зданий // Региональная архитектура и строительство. 2012.– №2 С.79-82
- 8. Петрова И.Ю., Мостовой О.О. Обзор процесса проведения обследований зданий и сооружений. Проблемы и пути их решения. // Инженерно-строительный вестник Прикаспия: научно-технический журнал. 2013. № 1 (36). С. 12-20

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МОНИТОРИНГА СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ КУЛЬТУРНОГО НАСЛЕДИЯ

Гарькин Игорь Николаевич

ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы», г. Москва, Российская Федерация, кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Архитектура, реставрация и дизайн»

Гарькина Ирина Александровна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математика и математическое моделирование»

Кудишина Алина Эдуардовна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент

Значимость сохранения культурного наследия как неотъемлемой части идентичности нации и целостности исторической памяти трудно переоценить. Объекты культурного наследия, включая памятники архитектуры, исторические здания, археологические находки и другие свидетельства прошлого, представляют собой важный ресурс не только для нынешних, но и для будущих поколений. Учитывая их уникальность и уязвимость, необходимость создания надежной и систематированной системы мониторинга становится более актуальной, чем когда-либо [1,2].

Современные вызовы, связанные с глобализацией, изменениями климата, урбанизацией и другими факторами, ставят под угрозу сохранение этих объектов. Разработка эффективных методов мониторинга является критически важной для предотвращения утрат и засорения культурного наследия. В этой связи моделирование, как одна из ключевых методик, находит свое применение в анализе и оценке текущего состояния объектов, а также в разработке стратегий их управления и защиты.

В настоящей работе проведено исследованию различных подходов к моделированию эффективности мониторинга культурных объектов. Авторы стремятся выявить сильные и слабые стороны существующих методов, предложить новые решения и интегрировать современные технологии, такие как системы управления данными и аналитические инструменты.

Таким образом, исследование направлено не только на теоретические аспекты, но и на практическое применение предложенных моделей, которые могут значительно улучшить качество мониторинга и способствовать более эффективному управлению культурным наследием в условиях быстрых изменений современного мира [1,2].

Предположим, что мы хотим моделировать эффективность мониторинга состояния объекта, связанного с использованием различных технологических параметров. Формула может выглядеть следующим образом:

$$E = \frac{CT}{RM}$$

где E – эффективность мониторинга, C – количество собранных данных, T – время, необходимое для обработки данных, R – ресурсы, задействованные в процессе (например, человеческие ресурсы, технологии), М – модель или метод мониторинга (например, критерии оценки состояния).

Эта формула подчеркивает важность балансирования между количеством данных, временем обработки, выделенными ресурсами и подходом к мониторингу. Чем выше эффективность, тем более точно и быстро можно оценить состояние объекта, что критично для проектов по сохранению культурного наследия [3,4].

Представим, что для полного анализа состояния объекта нам необходимо учитывать также взаимодействие с окружающей средой (например, уровень влажности, температуру, загрязнения) и факторы, способствующие или препятствующие сохранению. Мы можем ввести дополнительные переменные в нашу изначальную формулу:

$$E = \frac{CTI}{RME_c}.$$

Здесь: I — интегральный показатель взаимодействия с окружающей средой, который может включать в себя параметры, такие как уровень света, влажность и температура, E_c — коэффициент устойчивости объекта культурного наследия к неблагоприятным условиям.

Данная формула позволяет создать более полное представление об эффективности системы мониторинга, принимая во внимание не только внутренние ресурсы и методы, но и влияние внешних факторов [5,6].

Для исключения временного параметра Т можно переопределить другие переменные с учетом их зависимости от времени или просто путем изменения самой структуры формулы.

Одним из подходов может быть пересмотр и определение коэффициента риска Rs как функции, которая учитывает параметры, связанные с D (например, прочность, стойкость) и P (например, вероятность воздействия), без явного учета времени. Предположим, что мы можем выразить риск как функцию только от D и P, то есть:

$$R_{S} = kDP$$
,

k—новый коэффициент, который учитывает эффект времени, но не является явным временным параметром. Значение этого коэффициента можно определить на основе исторических данных или опыта, так чтобы он отражал средние условия или стандартные значения, при которых осуществляется анализ.

Таким образом, сможем перейти к более статической формуле, не включая в нее временной параметр непосредственно, но при этом сохраняя адекватную интерпретацию риска. Следует обратить внимание, что изменения в самой модели и подходы к оценке зависят от сфер применения и контекста (новая формулировка все равно должна адекватно отражает реальность).

Можно учитывать временные аспекты, связанные с безопасностью и необходимостью вмешательства в определенные промежутки времени. Например, можно ввести переменную, отражающую риск повреждения объекта:

$$R_{\rm s} = f(DP)$$

где D — текущая степень уязвимости объекта, а P — вероятность неблагоприятного события (например, стихийного бедствия или человеческого вмешательства).

Используя такие взаимосвязи, можно разработать алгоритм, который не только даёт оценку состояния объекта, но и прогнозирует необходимые действия для предотвращения его разрушения. За счет интеграции всех этих параметров, система становится более адаптивной и предсказуемой, что повышает её ценность для специалистов, работающих в области охраны культурного наследия.

Используя данные формулы на практике, можно оказывать серьёзное влияние на способность реагировать на угрозы и успешно планировать мероприятия по охране и консервации, а также оптимизировать затраты на обслуживание и улучшение состояния объектов культурного наследия.

Библиографический список

- Шеин А.И., Бакушев С.В., Зернов В.В., Зайцев М.Б. Опыт обследования зданий и сооружений // Моделирование и механика конструкций. 2017. № 5. С. 16.
- 2. Гарькин И.Н. Историко-архитектурная ценность объектов культурного наследия: методика оценки, пофакторный и историко-генетический анализ // Региональная архитектура и строительство. 2025. № 1 (62). С. 192-199.
- 3. Гарькина И.А., Гарькин И.Н., Арискин К.М. Некоторые аспекты проведения противоаварийных работ на объектах культурного наследия // Моделирование и механика конструкций. 2024. № 20. С. 183-191

- 4. Гарькин И.Н., Гарькина В.А. Техническая экспертиза: предотвращение обрушений зданий // Вестник ПГУАС: строительство, наука и образование. 2020. № 1 (10). С. 28-32.
- 5. Будылина Е.А., Данилов А.М., Гарькина И.А. Моделирование с позиций управления в технических системах // Региональная архитектура и строительство. 2013. № 2. С. 138-142.
- 6. Будылина Е.А., Гарькина И.А., Данилов А.М. Приближенные методы декомпозиции при настройке имитаторов динамических систем // Региональная архитектура и строительство. 2013. № 3. С. 150-156.

ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦ ЖЁСТКОСТИ СТЕРЖНЯ ПРИ ЕГО ИЗГИБНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ

Евсеев Александр Евгеньевич

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация. кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика»

Машин Валерий Михайлович

ООО «СпецПроектЦентр», г. Пенза, Российская Федерация. кандидат технических наук

Евсеев Илья Александрович

ООО «СФ ТЦС», г. Москва, Российская Федерация. инженер-конструктор Михаэл Марселино Самех Сабер

Египет, г. Каир

Настоящая публикация представляет собой систематизированное и логически последовательное обобщение результатов цикла ранее проведенных исследований [1-6], охватывающих временной промежуток с 2021 по 2024 год. В рамках данного этапа анализа осуществляется интеграция накопленных эмпирических данных и теоретических выводов в более широкий концептуальный контекст научного дискурса. Это позволяет сформировать целостное и многогранное понимание исследуемой проблематики, обеспечивая ее всестороннее осмысление и научную интерпретацию.

Рассмотрим произвольную плоскую стержневую конструкцию, подверженную воздействию узловых статических или динамических нагрузок, изменяющихся по гармоническому закону. Элементы системы могут быть соединены с упругим винклеровским основанием. Для анализа такой конструкции будем применять метод конечных элементов в форме метода перемещений, учитывая продольно-поперечный изгиб, что соответствует деформационному расчёту.

Построение матрицы жёсткости (МЖ) для стержневых элементов системы становится тривиальной задачей в случае отсутствия учёта явления продольно-поперечного изгиба и при рассмотрении только статического нагружения системы, не связанной с упругим основанием. Как известно [7], МЖ может быть сформирована на основе общих матричных уравнений строительной механики, путём задания поля перемещений в виде кубического многочлена [8] или с использованием табличных значений единичных реакций традиционного метода перемещений.

Однако задача существенно усложняется при проведении деформационного расчёта системы, связанной с упругим основанием и подверженной динамическим нагрузкам. В этом контексте необходимо учитывать дополнительные факторы, влияющие на распределение напряжений и деформаций в конструкции.

Деформационный расчёт статически неопределимых стержневых систем традиционно осуществляется с применением итерационных процедур или шагового метода. При использовании итерационного метода, такого как метод Ньютона-Рафсона, или шагового метода, помимо обычных матриц жёсткости необходимо формировать так называемые касательные матрицы жёсткости. Однако, как показывает практика, метод простых итераций, не требующий построения касательных матриц, также может быть успешно применён для решения подобных задач.

Анализ плоских стержневых систем с учетом продольно-поперечного изгиба динамических нагрузок представляет собой нетривиальную инженерную задачу, требующую применения современных методов численного анализа и учета множества факторов, влияющих на поведение конструкции. В проблематики Н.Н. Шапошников данной предложил рамках построению матриц жесткости (МЖ) с использованием дифференциальных уравнений изогнутой оси. Другие исследователи, такие как Караманский [8] и Штюсси [9], разработали приближенные методики построения МЖ, основанные на различных формах аппроксимации изогнутой оси элементов и полей перемещений, что позволило им получить приближенные матрицы жесткости для ряда частных случаев.

Настоящая статья посвящена вопросам построения МЖ для плоских стержневых систем в общем случае, включая продольно-поперечный изгиб, упругое основание и динамические нагрузки, с учетом и без учета сил внутреннего сопротивления по В. Фойгту. В работе представлено обоснование точной методики, основанной на дифференциальном уравнении, и приближенной методики, а также исследуется сходимость приближенных МЖ к точным путем предельного перехода. Дается численная оценка точности приближенных матриц жесткости.

Исследование охватывает прямолинейные стержни постоянного сечения, изготовленные из линейно-упругого материала. Матрицы жесткости строятся в местной (локальной) системе координат, связанной со стержнем. Начало этой системы координат совпадает с начальным сечением стержня, обозначаемым как "н", а конец стержня соответствует сечению "к".

Как известно, МЖ стержня состоит из двух независимых частей: одна отражает продольные реакции стержня, другая — изгибные. Эти части могут быть получены независимо друг от друга, что позволяет упростить процесс построения МЖ. Переход от локальной системы координат к глобальной осуществляется с использованием общепринятых методов [7].

Введём обозначения:

l — длина стержня;

b — ширина стержня;

m — погонная масса стержня;

E — модуль упругости стержня;

J — момент инерции стержня;

F — площадь поперечного сечения стержня;

и правила знаков, используемые в дальнейшем. На рис.1 изображён стержень в местной системе координат и указаны положительные направления

перемещений (рис. 1.а), реакций (рис. 1.б) его концов и внутренних усилий (рис. 1.в).

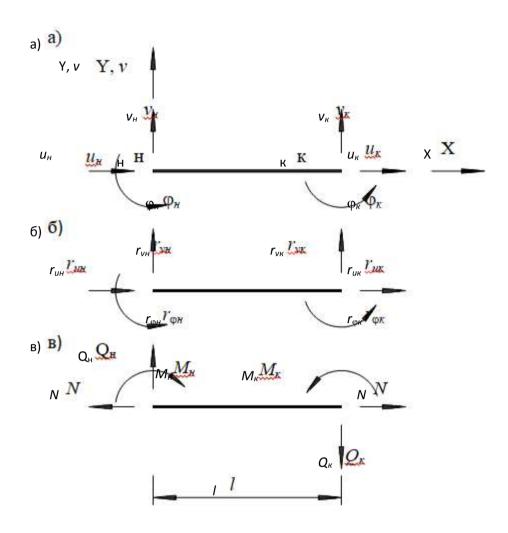


Рис. 1. Положительные направления перемещений, внутренних усилий и реакций концов стержня

Рассмотрим дифференциальное уравнение равновесия стержня, опирающегося на упругое основание Винклера, в условиях установившихся вынужденных поперечных гармонических колебаний, вызванных узловой нагрузкой $P(t) = P \cdot \sin(\Theta \cdot t)$. Учёт продольно-поперечного изгиба стержня в рамках теории перемещений приводит к следующему математическому выражению:

$$\frac{\partial^4 V}{\partial x^4} \pm \frac{|N|}{E \cdot I} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{m}{E \cdot I} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \frac{k \cdot b}{E \cdot I} \cdot V = 0, \tag{1}$$

где V = V(x, t) — функция прогибов стержня; N — внутренняя продольная сила в стержне; k — коэффициент постели упругого основания; t — время. Здесь знак "+" перед вторым слагаемым соответствует сжато-изогнутому стержню, а знак "-" — растянуто-изогнутому. Считаем, что функция прогибов также изменяется во времени по закону синуса

$$V = v(x) \cdot \sin(\Theta \cdot t), \tag{2}$$

где v = v(x) — амплитудная функция прогибов; Θ — круговая частота поперечных колебаний. Подставляя (2) и производные от него в (1), получим дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня, записанное через амплитудную функцию прогибов:

$$\frac{\mathrm{d}^4 v}{\mathrm{d}x^4} \pm \frac{|N|}{E \cdot I} \cdot \frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}x^2} + \frac{k \cdot b - m \cdot \Theta^2}{E \cdot I} \cdot v = 0. \tag{3}$$

Введём обозначения

$$\alpha^2 = \pm \frac{|N|}{E \cdot J}; \qquad \beta^4 = \frac{k \cdot b - m \cdot \Theta^2}{E \cdot J}.$$
 (4)

С учётом этих обозначений дифференциальное уравнение (3) принимает вид:

$$\frac{\mathrm{d}^4 v}{\mathrm{d}x^4} + \alpha^2 \cdot \frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}x^2} + \beta^4 \cdot v = 0, \tag{5}$$

Общее решение этого дифференциального уравнения может быть представлено в форме

$$v(x) = a_1 \cdot f_1(x) + a_2 \cdot f_2(x) + a_3 \cdot f_3(x) + a_4 \cdot f_4(x), \tag{6}$$

где $f_i(x)$ - линейно-независимые решения дифференциального уравнения (5); a_i - произвольные постоянные, $i=1\div 4$.

Вид решений $f_i(x)$ зависит от корней соответствующего характеристического уравнения. Запишем выражение (6) в матричной форме

$$v(x) = \vec{H}^T(x) \cdot \vec{a} \,, \tag{7}$$

где $\vec{H}^T(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) & f_2(x) & f_3(x) & f_4(x) \end{bmatrix}$ — вектор линейно-независимых решений дифференциального уравнения (3); $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{bmatrix}^T$ — вектор произвольных постоянных.

Выразим вектор перемещений $\vec{z} = [v_{\scriptscriptstyle H} \ \phi_{\scriptscriptstyle H} \ v_{\scriptscriptstyle K} \ \phi_{\scriptscriptstyle K}]^T$ через общее решение (7) дифференциального уравнения (5) следующим образом:

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} v(0) \\ v'(0) \\ v(l) \\ v'(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{H}^T(0) \\ d\vec{H}^T(0) / dx \\ \vec{H}^T(l) \\ d\vec{H}^T(l) / dx \end{bmatrix} \cdot \vec{a} = L \cdot \vec{a},$$
(8)

где L - квадратная матрица четвёртого порядка, элементами которой являются значения функций $f_i(x)$ и их производных $f_i(x)$ при x=0 и x=1.

Исходя из этого выражения, вектор произвольных постоянных \vec{a} можно представить следующим образом

$$\vec{a} = L^{-1} \cdot \vec{z} \,. \tag{9}$$

Теперь общее решение принимает вид

$$v(x) = \vec{H}^T(x) \cdot L^{-1} \cdot \vec{z}. \tag{10}$$

Для определения вектора реакций стержня \vec{r} воспользуемся известными дифференциальными зависимостями внутренних усилий от перемещений

$$M = E \cdot J \cdot \frac{d^2 v}{dx^2}; \ Q = E \cdot J \cdot \left(\frac{d^3 v}{dx^3} + \alpha^2 \cdot \frac{dv}{dx}\right).$$

Подставляя эти выражения в матрицу жесткости, получим

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} Q_{H} \\ -M_{H} \\ -Q_{K} \\ M_{K} \end{bmatrix} = E \cdot J \cdot \begin{bmatrix} v'''(0) + \alpha^{2} \cdot v'(0) \\ -v'''(0) \\ -v'''(l) - \alpha^{2} \cdot v'(l) \end{bmatrix} =$$

$$= E \cdot J \cdot \begin{bmatrix} d^{3}\vec{H}^{T}(0) / dx^{3} + \alpha^{2} \cdot d\vec{H}^{T}(0) / dx \\ -d^{2}\vec{H}^{T}(0) / dx^{2} \\ -d^{3}\vec{H}^{T}(l) / dx^{3} - \alpha^{2} \cdot d\vec{H}^{T}(l) / dx \end{bmatrix} \cdot L^{-1} \cdot \vec{z} = L_{1} \cdot L^{-1} \cdot \vec{z}$$

$$= U \cdot J \cdot \begin{bmatrix} d^{3}\vec{H}^{T}(0) / dx^{3} + \alpha^{2} \cdot d\vec{H}^{T}(0) / dx \\ -d^{3}\vec{H}^{T}(l) / dx^{3} - \alpha^{2} \cdot d\vec{H}^{T}(l) / dx \end{bmatrix} \cdot L^{-1} \cdot \vec{z} = L_{1} \cdot L^{-1} \cdot \vec{z}$$

(11)

Что позволяет определить матрицу жёсткости как произведение двух матриц

$$r = L_1 \cdot L^{-1}. \tag{12}$$

Конкретный вид матриц L и L_1 зависит от вида корней характеристического уравнения и типа решаемой задачи. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Для этого проанализируем параметры α^2 и β^4 , (блоксхема этого анализа показана на рис. 2).

Если $\alpha^2 = 0$, $\beta^4 = 0$, то имеем простой изгиб стержня. Матрица жёсткости принимает вид, широко освещённый в литературе [1, 3].

Если $\alpha^2 = 0$, $\beta^4 > 0$ и $\Theta = 0$, то получаем стержень на упругом основании.

Если $\alpha^2=0,\ \beta^4<0$ и k=0, то имеем вынужденные гармонические поперечные колебания стержня.

Если $\alpha^2 > 0$, $\beta^4 = 0$, то получаем сжато-изогнутый стержень.

Если $\alpha^2 < 0$, $\beta^4 = 0$, то получаем растянуто-изогнутый стержень.

Если $\alpha^2 \neq 0$, $\beta^4 \neq 0$ или $\alpha^2 = 0$, $k \neq 0$, $\Theta \neq 0$, то имеем общий случай воздействий на стержень.



Рис. 2. Блок-схема выбора типа задачи

В общем случае воздействий для построения вектора решений \vec{H} требуется анализ влияния соотношений между значениями параметров α^2 и β^4 на вид корней характеристического уравнения

$$\kappa^4 + \alpha^2 \cdot \kappa^2 + \beta^4 = 0. \tag{13}$$

Для этого частного случая алгебраического уравнения четвёртой степени решение может быть представлено в замкнутой форме [2]

$$\kappa_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{\frac{-\alpha^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\alpha^4}{4} - \beta^4}}$$
(14)

Как показывает анализ этого выражения (блок-схема приведена на рис. 3), возможны 6 вариантов вида корней характеристического уравнения (13), каждому из которых соответствует свой вектор решений \vec{H} .

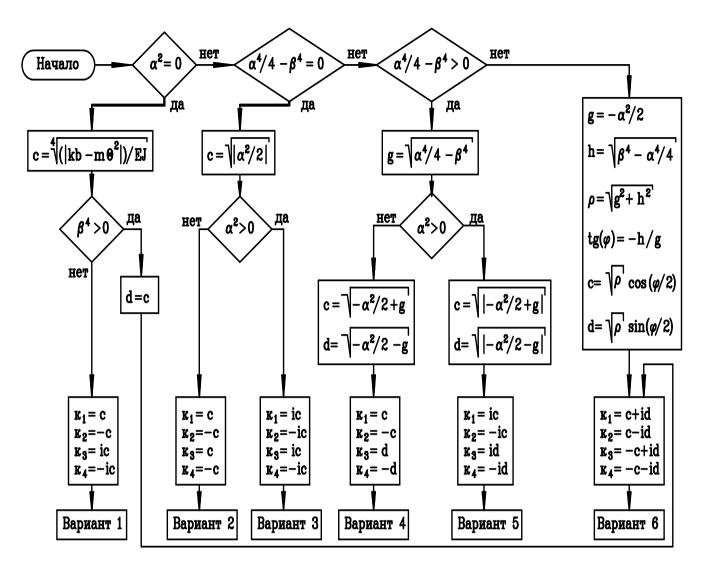


Рис. 3. Блок-схема выбора решения дифференциального уравнения

Вариант 1 (корни действительные и мнимые: $\kappa_1 = c$, $\kappa_2 = -c$, $\kappa_3 = i \cdot c$, $\kappa_4 = -i \cdot c$)

$$\vec{H} = [e^{cx} e^{-cx} \cos(cx) \sin(cx)]^T, \tag{15}$$

Вариант 2 (корни действительные кратные: $\kappa_1 = \kappa_3 = c$, $\kappa_2 = \kappa_4 = -c$)

$$\vec{H} = [e^{c \cdot x} e^{-c \cdot x} x \cdot e^{c \cdot x} x \cdot e^{-c \cdot x}]^T. \tag{16}$$

Вариант 3 (корни мнимые кратные: $\kappa_1 = \kappa_3 = i \cdot c$, $\kappa_2 = \kappa_4 = -i \cdot c$)

$$\vec{H} = [\cos(c \cdot x) \sin(c \cdot x) x \cdot \cos(c \cdot x) x \cdot \sin(c \cdot x)]^{T}. \tag{17}$$

Вариант 4 (корни действительные: $\kappa_1 = c$, $\kappa_2 = d$, $\kappa_3 = -c$, $\kappa_4 = -d$)

$$\vec{H} = [e^{cx} e^{dx} e^{-cx} e^{-dx}]^{T}. \tag{18}$$

Вариант 5 (корни мнимые: $\kappa_1 = i \cdot c$, $\kappa_2 = -i \cdot c$, $\kappa_3 = i \cdot d$, $\kappa_4 = -i \cdot d$)

$$\vec{H} = [\cos(c \cdot x) \sin(c \cdot x) \cos(d \cdot x) \sin(d \cdot x)]^{T}. \tag{19}$$

Вариант 6 (корни комплексные: $\kappa_1 = c + i \cdot d$, $\kappa_2 = c - i \cdot d$, $\kappa_3 = -c + i \cdot d$, $\kappa_4 = -c - i \cdot d$)

$$\vec{H} = [e^{cx} \cdot \cos(dx) e^{cx} \cdot \sin(dx) e^{-cx} \cdot \cos(dx) e^{-cx} \cdot \sin(dx)]^{T}. \tag{20}$$

При построении матрицы жёсткости $r = L_l \cdot L^{-l}$ в каждом конкретном случае обращение матрицы L необходимо осуществлять численно.

При получении матриц реакций целесообразно представлять все возможные линейно независимые решения дифференциального уравнения (5) в виде экспоненциальных функций от действительных или комплексных переменных, в зависимости от корней соответствующего характеристического уравнения. При этом константы интегрирования, а также матрицы L и L_I могут принимать комплексные значения. Тем не менее, произведение этих матриц, согласно формуле (12), обеспечивает действительные значения элементов матрицы жёсткости. Такой подход существенно упрощает процесс выбора оптимального решения дифференциального уравнения.

Проиллюстрируем это на примере гармонических колебаний с учётом демпфирования по модели В. Фойгта для стержня, расположенного на упругом основании и подверженного продольно-поперечному изгибу. Дифференциальное уравнение, описывающее движение данного стержня, имеет следующий вид:

$$E \cdot J \cdot \left(\frac{\partial^4 V}{\partial x^4} + \chi \cdot \frac{\partial^5 V}{\partial x^4 \partial t} \right) \pm |N| \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + m \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + k \cdot b \cdot V = 0. \quad (21)$$

Предположим, что узловая нагрузка и функция прогибов изменяются во времени по закону

$$P(t) = P_0 \cdot e^{i\,\theta\,t},\tag{22}$$

$$V = v \cdot e^{i \cdot \theta \cdot t}. \tag{23}$$

Выражение (23) можно разложить по формуле Эйлера

$$V = v \cdot (cos(\Theta \cdot t) + i \cdot sin(\Theta \cdot t)) = V_c + i \cdot V_s, \tag{24}$$

где $V_c = v \cdot cos(\Theta \cdot t)$ — функция прогибов при действии внешней нагрузки, изменяющейся по закону косинуса; $V_s = v \cdot sin(\Theta \cdot t)$ — функция прогибов при действии внешней нагрузки, изменяющейся по закону синуса.

Подставляя выражение (23) в (21), получим

$$e^{i\cdot\Theta\cdot t}\cdot\left(E\cdot J\cdot\frac{d^4v}{dx^4}\cdot(1+i\cdot\gamma)\pm\left|N\right|\cdot\frac{d^2v}{dx^2}+(k\cdot b-m\cdot\Theta^2)\cdot v\right)=0$$

или

$$\frac{d^4v}{dx^4} \pm \frac{|N| \cdot (1 - i \cdot \gamma)}{E \cdot J \cdot (1 + \gamma^2)} \cdot \frac{d^2v}{dx^2} + \frac{(k \cdot b - m \cdot \Theta^2) \cdot (1 - i \cdot \gamma)}{E \cdot J \cdot (1 + \gamma^2)} \cdot v = 0.$$
 (25)

Введём обозначения

$$\alpha^{2} = \pm \frac{|N| \cdot (1 - i \cdot \gamma)}{E \cdot J \cdot (1 + \gamma^{2})}; \beta^{4} = \frac{(k \cdot b - m \cdot \Theta^{2}) \cdot (1 - i \cdot \gamma)}{E \cdot J \cdot (1 + \gamma^{2})}$$

и получим полный аналог формулы (5) с той лишь разницей, что параметры α^2 и β^4 здесь являются комплексными числами. В дальнейшем при выводе матрицы жёсткости следует иметь в виду, что элементы всех векторов и матриц, а также внутренние усилия будут комплексными.

В этом случае значительно упрощается алгоритм определения варианта общего решения дифференциального уравнения (25) в зависимости от значения параметров α^2 и β^4 . Блок-схема представлена на рис. 4. При этом для определения корней характеристического уравнения (13) использовалась формула (14).

Согласно обозначениям, принятым на этом рисунке, приведём возможные варианты вектора независимых решений \vec{H} :

Вариант 1 (все корни равны нулю: $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = \kappa_4 = 0$)

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix}^T, \tag{26}$$

Вариант 2 (корни комплексные несопряжённые и некратные:

$$\kappa_{1} = c + i \cdot d, \ \kappa_{2} = -c - i \cdot d, \ \kappa_{3} = e + i \cdot f, \ \kappa_{4} = -e - i \cdot f)$$

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} e^{\kappa_{1} \cdot x} & e^{\kappa_{2} \cdot x} & e^{\kappa_{3} \cdot x} & e^{\kappa_{4} \cdot x} \end{bmatrix}^{T}, \tag{27}$$

Вариант 3 (корни комплексные несопряжённые и кратные:

$$\kappa_{1} = g + i \cdot h, \ \kappa_{2} = -g - i \cdot h, \ \kappa_{3} = g + i \cdot h, \ \kappa_{4} = -g - i \cdot h)$$

$$\vec{H} = \begin{bmatrix} e^{\kappa_{1} \cdot x} & e^{\kappa_{2} \cdot x} & x \cdot e^{\kappa_{3} \cdot x} & x \cdot e^{\kappa_{4} \cdot x} \end{bmatrix}^{T}, \tag{28}$$

где значения величин c, d, e, f, g, h определяются численно для конкретных значений α^2 и β^4 .

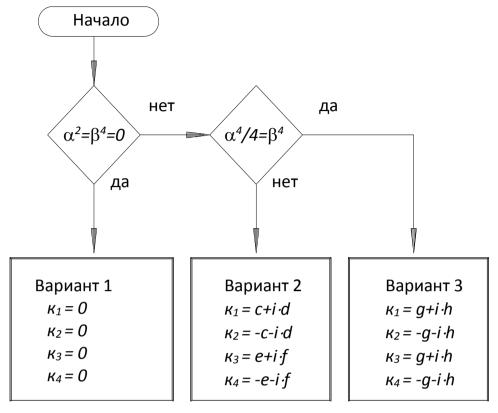


Рис 4. Выбор варианта решения при комплексной матрице жёсткости

Матрица L строится согласно выражения (7). Для построения матрицы L_1 необходимо найти амплитудные значения внутренних усилий M_0 и Q_0 . Изгибающий момент и поперечная сила при продольно-поперечном изгибе будут иметь вид:

$$M = E \cdot J \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \chi \cdot \frac{\partial^3 V}{\partial x^2 \partial t} \right)$$
 (29)

$$Q = E \cdot J \cdot \left(\frac{\partial^3 V}{\partial x^3} + \chi \cdot \frac{\partial^4 V}{\partial x^3 \partial t} \right) \pm \left(N \left(\cdot \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right).$$
 (30)

Подставим (23) в (29) и (30), получим

$$M = e^{i\Theta \cdot t} \cdot E \cdot J \cdot (1 + i \cdot \gamma) \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} = M_0 \cdot e^{i\Theta \cdot t}, \qquad (31)$$

$$Q = e^{i \cdot \Theta \cdot t} \cdot E \cdot J \cdot (1 + i \cdot \gamma) \cdot \left(\frac{d^3 v}{dx^3} + \alpha^2 \cdot \frac{dv}{dx} \right) = Q_0 \cdot e^{i \cdot \Theta \cdot t}$$
(32)

Тогда матрица L_I в общем случае имеет вид

$$L_{1} = E \cdot J \cdot (1 + i \cdot \gamma) \cdot \begin{bmatrix} d^{3}\vec{H}^{T}(0) / dx^{3} + \alpha^{2} \cdot d\vec{H}^{T}(0) / dx \\ -d^{2}\vec{H}^{T}(0) / dx^{2} \\ -d^{3}\vec{H}^{T}(l) / dx^{3} - \alpha^{2} \cdot d\vec{H}^{T}(l) / dx \\ d^{2}\vec{H}^{T}(l) / dx^{2} \end{bmatrix}$$
(33)

В результате детерминирования матрицы жесткости, которая определяется как произведение двух матриц в соответствии с формулой (12), достигается полное понимание динамики системы. Введение комплексных чисел в матрицу реакций стержня позволило установить прямую пропорциональность между матрицей реакций и частотно-независимым фактором у, который представляет собой коэффициент неупругого сопротивления. Таким образом, проблема, связанная с гипотезой вязкого трения, была успешно решена.

Путем решения системы уравнений, составленной на основе матриц жесткости всех элементов стержневой системы, были определены амплитудные значения перемещений узлов, представленные в виде комплексных чисел. Эти амплитудные значения включают как линейные, так и угловые перемещения узлов стержневой системы. Они могут быть вычислены по следующей формуле:

$$v_n = v_{n\partial} + i \cdot v_{nM} \tag{34}$$

или

$$v_n = v_{n\rho} \cdot (cos(\varphi_I) + i \cdot sin(\varphi_I)) = v_{n\rho} \cdot e^{i \cdot \varphi_I},$$
где $v_{n\rho} = \sqrt{v_{n\rho}^2 + v_{nM}^2}$; $tg(\varphi_I) = v_{nM}/v_{n\rho}.$ (35)

Подставляя (35) в (23), можно получить значения этих перемещений в любой момент времени

$$V_n = v_{n\rho} \cdot e^{i \cdot \varphi_1} \cdot e^{i \cdot \Theta \cdot t} = v_{n\rho} \cdot e^{i \cdot (\Theta \cdot t + \varphi_1)}. \tag{36}$$

Тогда в случае действия нагрузки, изменяющейся по закону синуса или косинуса, согласно (24), для n^{-ого} перемещения можно соответственно записать

$$V_{nc} = v_{n\rho} \cdot cos(\Theta \cdot t + \varphi_I), \tag{37}$$

$$V_{ns} = v_{n\rho} \cdot \sin(\Theta \cdot t + \varphi_I). \tag{38}$$

Таким образом в рамках настоящей статьи разработана унифицированная методология формирования матриц жёсткости для анализа плоских стержневых конструкций, базирующаяся на дифференциальном уравнении равновесия в перемещениях. Разработанная методика обеспечивает возможность проведения деформационного анализа таких систем при статических и динамических воздействиях, с учётом влияния упругого основания и сил внутреннего трения.

Особое внимание уделено целесообразности применения комплексных переменных и соответствующих матриц жёсткости при исследовании вынужденных гармонических колебаний стержневых систем в условиях действия сил внутреннего трения. Комплексный подход позволяет существенно упростить аналитическое решение задач динамики и повысить точность моделирования поведения конструкций под воздействием гармонических нагрузок.

Библиографический список

- 1. Евсеев, А.Е. Методика построения матриц жёсткости по дифференциальному уравнению / А.Е. Евсеев, И.А. Евсеев, В.М. Машин // Моделирование и механика конструкций. 2021. № 14. С. 33-38.
- 2. Евсеев, А.Е. Построение матрицы жёсткости сжато-изогнутого стержня по дифференциальному уравнению / А.Е. Евсеев, И.А. Евсеев, В.М. Машин // Моделирование и механика конструкций. 2022. № 15. С. 43-47.
- 3. Евсеев, А.Е. Построение матрицы жёсткости растянуто-изогнутого стержня по дифференциальному уравнению / А.Е. Евсеев, И.А. Евсеев, В.М. Машин // Моделирование и механика конструкций. 2022. № 16. С. 73-77.
- 4. Евсеев, А.Е. Формирование матрицы жёсткости стержня на упругом основании по дифференциальному уравнению / А.Е. Евсеев, И.А. Евсеев,

- В.М. Машин // Моделирование и механика конструкций. 2023. № 18. С. 54-59.
- 5. Евсеев, А.Е. Способ получения матрицы жёсткости стержневого конечного элемента для деформационного расчета по дифференциальному уравнению / А.Е. Евсеев, И.Н. Гарькин, Ф.М. Ахметов // Системные технологии. -2024.- N = 2(51).- C. 5-13.
- 6. Евсеев, А.Е. Формирование матриц жесткости стержня по дифференциальному уравнению при его изгибе / А.Е. Евсеев, И.Н. Гарькин, Э.Ю. Абдуллазянов // Инженерно-строительный вестник Прикаспия. 2024. № 3(49). С. 57-65.
- 7. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. -М.: Высшая школа, 1986. -607 с.
- 8. Караманский Т.Д. Численные методы строительной механики. / Под ред. Г.К.Клейна. Перевод с болгарского. -М.: Стройиздат, 1981. 436 с.
- 9. Розин Л.А. Стержневые системы как системы конечных элементов. Л.: Изд. ЛГУ, 1976.

УДК: 69.059.3

ВАРИАНТЫ УСИЛЕНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РЕБРИСТЫХ ПЛИТ

Зернов Владимир Викторович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика»

Зайцев Михаил Борисович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика»

Эргашев Эмомали Аскарович

Республика Таджикистан, Согдийская обл. п.г.т. Нау

Давлатов Темурджон Эмомалиевич

Республика Таджикистан г. Душанбе, студент

Часто в продольных рёбрах железобетонных плит покрытия обнаруживаются разрушения защитного слоя бетона [1-2] и коррозия продольной рабочей арматуры (рис. 1).



Рисунок 1 - Разрушение продольных рёбер железобетонных ребристых плит

В таких плитах рекомендуется проводить усиление только рёбер [3]. Одним из вариантов является усиление двумя швеллерами, установленными с двух сторон стыка смежных плит (рис. 2).

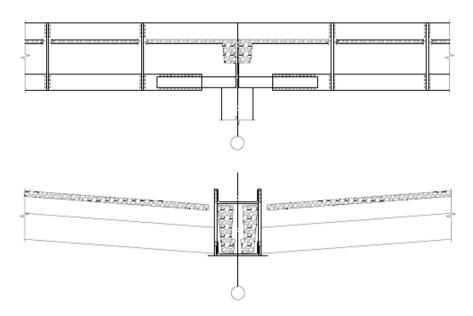


Рисунок 2 - Усиление рёбер смежных железобетонных ребристых плит

Сверху и снизу поверхности плит в местах установки элементов усиления зачищается бетон до здорового тела. До металлического блеска зачищается арматура от продуктов коррозии. На чистые поверхности наносится защитный слой из цементно - песчаного раствора марки не ниже 200. На свежий раствор в проектное положение устанавливаются сверху и снизу швеллеры усиления. Швеллеры соединяют друг с другом хомутами сваркой. Номера швеллеров Для пропуска подбираются ПО месту. XOMYTOB плитах просверливаются отверстия. Если аналогичное усиление рёбер плит требуется в соседних ячейках, то на опорах (фермах или стропильных балках) швеллеры соединяются с двух сторон листовыми накладками. После установки все усиления окрашиваются антикоррозионными элементы составами восстанавливается утеплитель, стяжка и кровля [4-6]. Недостатком этого способа является вскрышные и восстановительные работы кровли.

В некоторых отдельных ребристых плитах разрушаются как продольные, так и поперечные рёбра, а также панели между ними. Состояние таких плит

близко к аварийному [7]. Замена новыми плитами зачастую становится трудоёмкой или невозможной.

Для аварийных плит способом усиления становится схема разгрузки плит покрытия с помощью подводимых под них разгрузочных конструкций, состоящих из дополнительных опор из стальных швеллерных прогонов, сваренных предварительно в коробчатое замкнутое поперечное сечение, опирающихся на сжатый пояс фермы (рис. 3).

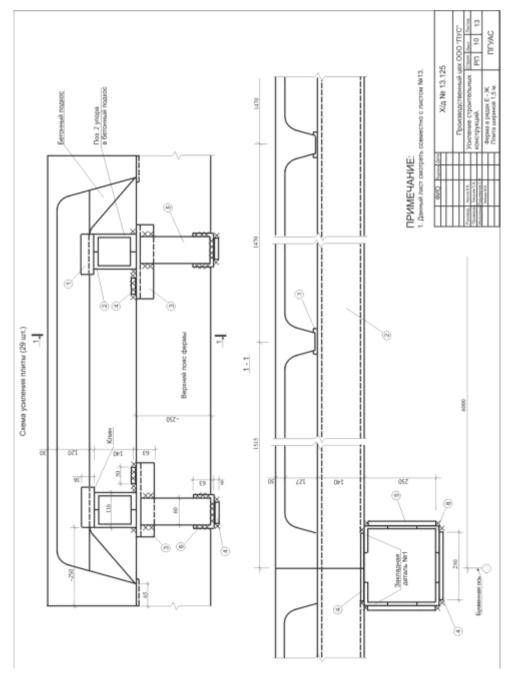


Рисунок 3 - Усиление железобетонных ребристых плит при помощи разгружающих балок

Передача нагрузки от покрытия производится от поперечных рёбер плит через прокладку из швеллера. Прогоны располагаются вплотную к продольному ребру плиты. Для опирания прогонов на поясе фермы устанавливаются закладные детали из уголков. Они углубляются в бетон пояса фермы с помощью шлифовального круга на глубину 6 мм. При их установке обвязка из пластин и уголков стягивается струбцинами вплотную перед сваркой.

Для включения в работу стальных прогонов между ними и второстепенными балками железобетонной плиты забиваются клинья, которые затем привариваются к прогонам.

В стропильных железобетонных балках закладные детали привариваются к продольной арматуре, расположенной в её полке с помощью уголков. После приварки уголков защитный слой восстанавливается.

Перед установкой разгружающих конструкций необходимо очистить железобетонные сборные ребристые плиты от продуктов коррозии металла и рыхлого бетона. Затем требуется провести антикоррозионные мероприятия и восстановить защитный слой бетона с целью сохранения дальнейшей нормальной эксплуатации плит. Все металлические конструкции и закладные детали также покрасить антикоррозионным составом. Мероприятия по усилению необходимо проводить без наличия снеговой нагрузки.

После установки разгрузочных конструкций в проектное положение аварийные плиты консервируются и выключаются из работы. Вариант установки разгрузочных конструкций можно рекомендовать и для плоских плит покрытия.

Библиографический список

Опыт обследования зданий и сооружений / А. И. Шеин, С. В. Бакушев, В.
 Зернов, М. Б. Зайцев // Моделирование и механика конструкций. – 2017. –
 № 5. – С. 16. – EDN YJWNGF.

- 2. Шеин, А. И. Опыт реконструкции жилого дома после внезапного отказа / А. И. Шеин, В. В. Зернов, М. Б. Зайцев // Моделирование и механика конструкций. 2018. № 7. С. 21. EDN XOPMAX.
- 3. Шеин, А. И. Некоторые причины отказа строительных конструкций / А. И. Шеин, В. В. Зернов, М. Б. Зайцев // Интернет-журнал Науковедение. 2016. Т. 8, № 6(37). С. 88. EDN XXYGXZ.
- Зернов, В. В. Способ усиления железобетонной рамы под нагрузкой / В. В.
 Зернов, М. Б. Зайцев, Я. А. Азимова // Моделирование и механика конструкций.
 2015. № 1. С. 10. EDN TXMPYL.
- 5. Зернов, В. В. Усиление железобетонных перекрытий с сосредоточенными нагрузками / В. В. Зернов, М. Б. Зайцев, В. И. Гераськин // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 1. С. 11. EDN TXMPYV.
- 6. Шеин, А. И. Восстановление работоспособности железобетонных карнизных плит в совмещенных крышах / А. И. Шеин, В. В. Зернов, М. Б. Зайцев // Моделирование и механика конструкций. 2016. № 4. С. 16. EDN WZVUER.
- 7. Зернов, В. В. Поэтапное усиление строительных конструкций надземной части галереи подачи песка и щебня РБУ / В. В. Зернов, М. Б. Зайцев, Я. А. Азимова // Моделирование и механика конструкций. 2016. № 3. С. 24. EDN VWWEMD.

ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ АРМАТУРЫ НА ПРОЧНОСТЬ СЖАТЫХ БЕТОННЫХ ПОЛОС СОПРЯЖЕНИЯ РИГЕЛЕЙ С КОНСОЛЯМИ КОЛОНН СБОРНО-МОНОЛИТНЫХ КАРКАСОВ

Комаров Виктор Александрович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация к.т.н., доцент, профессор кафедры «Строительные конструкции»

Ласьков Сергей Николаевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, ассистент кафедры «Строительные конструкции»

Рассмотрены особенности разрушения сжатых бетонных полос по результатам экспериментальных исследований. Предложена стержневая аналоговая модель прочности. Даны рекомендации по расчету прочности на основе методики СП 63.13330.2018 с учетом уточнений коэффициента армирования учитывающего влияния поперечной и продольной арматуры, пересекающей наклонную сжатую полосу.

Сборно-монолитный каркас является одним из наиболее перспективных вариантов несущего железобетонного каркаса многоэтажного здания. Использование такого вида конструктивной системы позволяет совместить положительные качества сборных и монолитных конструкций.

Наиболее ответственными элементами являются сборно-монолитные узлы сопряжения ригелей с колоннами, обеспечивающие пространственную работу каркаса, что делает актуальным совершенствование расчета узловых соединений.

Результаты и методы.

Для изучения конструктивной надежности узлового сопряжения ригелей с колоннами проведены экспериментальные исследования крупномасштабных

образцов сборно-монолитных узлов со скрытой консолью в уровне сборного ригеля [1].

Эксперименты показывают, что прочность опорных зон ригелей с малыми пролетами среза $a \le 0.9 \cdot h_{01}$ следует оценивать по стадии разрушения сжатых бетонных полос между грузовыми и опорными площадками. Экспериментально получена схема разрушения наклонной бетонной полосы в результате раздавливания бетона при достижении главными сжимающими напряжениями предела прочности, рис.1.

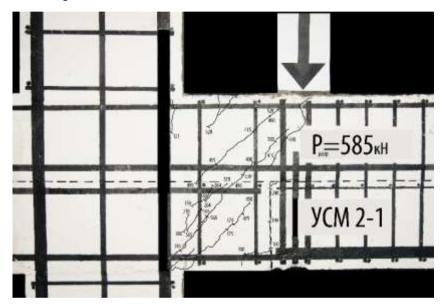


Рис.1 Схема разрушения приопорной зоны узлового соединения ригеля с колонной при пролете среза $a=0.9\cdot h_{01}$ от действия сжатия

При пролетах среза $a \leq 0.9 \cdot h_{01}$ проявляются особенности коротких элементов, то есть на характер образования и развития трещин и схем разрушения в зоне действия поперечных сил оказывают как внутренние силовые факторы, действующие в рассматриваемых по длине пролета среза элемента сечениях (моменты и поперечные силы), так и местные возмущения напряженного состояния в местах приложения сосредоточенных сил. Грузовые площадки формируют сжатые полосы и способствуют концентрации главных сжимающих напряжений [2].

Расчетную модель сжатой полосы бетона в опорной зоне ригелей между грузовой и опорной площадкой предлагается рассматривать по аналогии

нормативной стержневой модели консоли колонны, копирующей физическую работу сжатого бетона [3].

Для моделирования принимается метод копирования схем разрушения и комплексный подход к оценке влияния основных факторов [4, 5, 6].

Принцип построения стержневых моделей сопротивления сжатию бетонных полос заключается в определении стержневых элементов входящих в модель, ключевых точек, углов наклона, ширины полосы.

Анализ образования и развития наклонных трещин в сжатых полосах бетона показывает, что их угол наклона близок к углу наклона линии, соединяющей наружный край грузовой площадки с входящим углом примыкания консоли к колонне. Поэтому, целесообразно за основной угол наклона главных сжимающих напряжений в сжатой полосе принять угол наклона к горизонтали линии соединяющей край грузовой площадки с входящим углом примыкания скрытой консоли к колонне. Границы сжатой бетонной полосы определяются грузовой опорной площадкой, ширина — перпендикуляром к основному углу наклона главных сжимающих напряжений в границах сжатой полосы. Расчетная модель прочности сжатой бетонной полосы на сжатие показана на рис. 2.

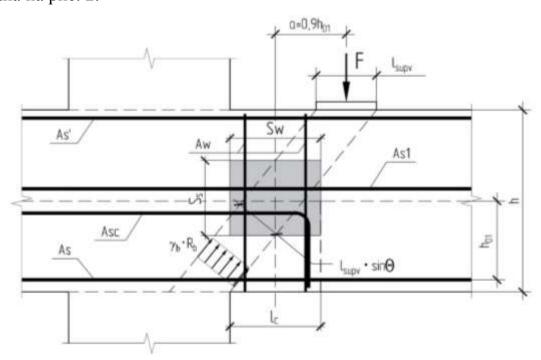


Рис. 2 Расчетная модель прочности сжатой бетонной полосы на сжатие

Бетонная полоса ориентирована по направлению главных сжимающих напряжений при непосредственной передаче усилия на опору. Сжатая бетонная полоса под действием главных напряжений и деформаций находится в условиях плоского напряженно-деформированного состояния (растяжение-сжатие).

После образования наклонных трещин главные растягивающие напряжения (действующие «поперек» трещин) способствуют снижению прочности при сжатии бетона, заключенного между трещинами в наклонной сжатой полосе.

Эффект разупрочнения бетона, проявляющийся в снижении прочности бетона при сжатии в условиях плоского напряженного состояния «растяжение-сжатие», связывают, как правило, с развивающимися в направлении, перпендикулярном к наклонной сжатой полосе, растягивающими деформациями [7].

В приложении Ж СП 63.13330.2018 приводятся рекомендации по расчету коротких консолей колонн при относительном пролете среза $l_1 \leq 0.9 \cdot h_{01}$ на действие поперечной силы по наклонной сжатой полосе между грузом и опорой из условия:

$$Q \le 0.8 \cdot R_b \cdot b \cdot l_{sup} \cdot \sin^2 \theta \cdot (1 + 5 \cdot \alpha \cdot \mu_w) \tag{1}$$

в котором правая часть принимается не более 3,5 \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0 и не менее

2,5
$$\cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0$$
.

где

0,8 – эмпирический коэффициент;

 l_{sup} – длина площадки опирания нагрузки вдоль вылета консоли;

 θ – угол наклона расчетной сжатой полосы к горизонтали;

 $\mu_{w} = \frac{A_{sw}}{b \cdot s_{w}}$ — коэффициент армирования хомутами, расположенными по высоте консоли;

здесь s_w – расстояние между хомутами, измеренное по нормали к ним.

В расчетном сечении по высоте монолитной консоли и монолитной части ригеля установлена поперечная арматура A_{sw} , горизонтальная арматура в

монолитной консоли A_{sc} и по низу монолитного ригеля продольная арматура A_{s1} .

На прочность бетонной сжатой полосы оказывает влияние вертикальная поперечная и горизонтальная арматура, пересекающие сжатую бетонную полосу и способствующие снижению поперечных деформаций внутри сжатой бетонной полосы.

При расчете прочности предлагается учитывать их влияние обобщенным коэффициентом армирования

$$\mu_{ws} = \sqrt{{\mu_w}^2 + {\mu_s}^2} \tag{2}$$

где $\mu_{w} = \frac{A_{sw}}{b \cdot S_{w}}$ – коэффициент армирования вертикальной поперечной арматурой;

 $\mu_{\scriptscriptstyle S} = \frac{A_{\scriptscriptstyle S}}{b \cdot S_{\scriptscriptstyle S}}$ – коэффициент армирования продольной арматурой;

 $S_{\rm s}$ – расстояние между продольной арматурой по вертикальному сечению.

Расчетная зависимость (1) примет вид:

$$Q \le 0.8 \cdot R_b \cdot b \cdot l_{sup} \cdot \sin^2 \theta \cdot (1 + 5 \cdot \alpha \cdot \mu_{ws}) \tag{3}$$

Вывод

Расчет прочности сжатой бетонной полосы сопряжения ригелей с консолями колонн сборно-монолитных каркасов предлагается производить по методике СП 63.13330.2018 с учетом обобщенного коэффициента армирования μ_{ws} , учитывающего влияние поперечной и продольной арматуры, пересекающей наклонную полосу. Среднее отклонение Q_{test}/Q_{calc} составляет 1,12.

Библиографический список.

1. Комаров, В. А. Сборно-монолитные узлы сопряжения несущих конструкций каркасов многоэтажных зданий: особенности деформирования,

- трещинообразования и разрушения / В. А. Комаров, С. Н. Ласьков // Региональная архитектура и строительство. 2023. № 3(56). С. 136-143;
- 2. Ласьков, С. Н. Напряженное состояние опорной зоны балок сборномонолитных узлов со скрытой консолью / С. Н. Ласьков // Региональная архитектура и строительство. 2023. № 2(55). С. 96-105;
- 3. СП 63.13330.2018 «СНиП 52-01-2003» Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М. 2018;
- 4. Баранова, Т.И. Каркасно-стержневые расчетные модели и инженерные методы расчета железобетонных конструкций / Баранова Т.И., Залесов А.С. // М.: Изд-во АСВ. 2003;
- 5. Баранова, Т.И. Расчетные модели сопротивления срезу сжатых зон железобетонных конструкций. Саратов: СГТУ. 2006. 159 с;
- 6. Колчунов, В.И. Метод физических моделей сопротивления железобетона / Колчунов В.И., Яковенко И.А., Клюева Н.В. // Промышленное и гражданское строительство. М. Изд-во ПГС. 2013. № 12. c.51-55;
- 7. Гвоздев, А.А. Прочность бетона при двухосном напряженном состоянии / А.А. Гвоздев, Т.М. Бич //Бетон и железобетон. 1974. №7. с.16-22.

АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА КОРОТКИХ БАЛОК И ИХ РАЗНОВИДНОСТЕЙ

Лаврова Ольга Владимировна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительные конструкции»

Голиков Алексей Алексеевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент

Очкин Игорь Анатольевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент

Для полного представления о характере работы и схемах разрушения коротких балок и их разновидностей целесообразно проиллюстрировать результаты проведенных испытаний [1]. На рис.1 показаны фотографии опытных образцов коротких балок и их разновидностей.

Установлено, что в коротких балках определяющую роль играют главные напряжения. Главные сжимающие напряжения концентрируются в пределах наклонных бетонных полос, ширина которых определяется размерами грузовых и опорных площадок (рис.2). Главные растягивающие напряжения концентрируются у нижней грани балок в пределах горизонтального арматурного пояса. Указанные участки образуют замкнутый треугольный контур, который был представлен в виде стержневой модели (рис.3).

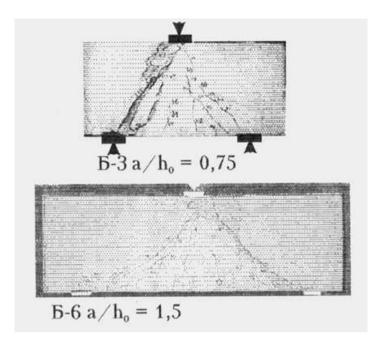


Рис. 1. Фотографии разрушений коротких балок и их разновидностей

На основе расчета стержневой модели, представленной на рис.3, определяются усилия, действующие в наклонных бетонных полосах и горизонтальном арматурном поясе:

$$S = 0.5 F / \sin \alpha , \qquad (1)$$

$$T = 0.5 F / tg\alpha , \qquad (2)$$

где S - сжимающее усилие в наклонном бетонном подкосе,

Т - растягивающее усилие в горизонтальном арматурном поясе.

Расчет прочности наклонных бетонных полос, т.е. расчет прочности коротких балок по сжатой зоне, производится по формуле

$$S < \gamma_b \varphi_b R_b b l_b, \tag{3}$$

где уь - опытный коэффициент;

 ϕ_b - коэффициент, учитывающий влияние бетона, окружающего расчетную бетонную полосу;

 1_b - ширина расчетной полосы, определяемая по формулам:

 $l_{b}{}^{v}=0.5~\gamma_{1}~\phi_{~b}~l_{sup}{}^{v}~sin\alpha,~l_{b}{}^{n}=\gamma_{2}~\phi_{~b}~l_{sup}{}^{n}~sin\alpha;$

здесь γ_1 , γ_2 - коэффициенты, учитывающие неравномерный характер

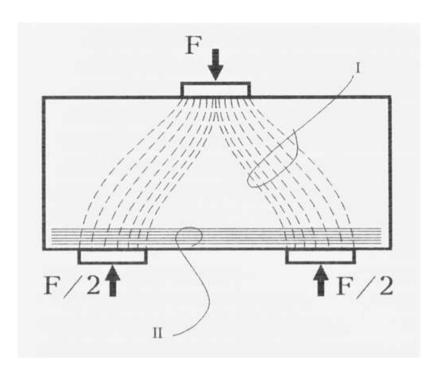


Рис. 2. Схема концентрации траекторий главных сжимающих (I) и растягивающих (II) напряжений в коротких балках

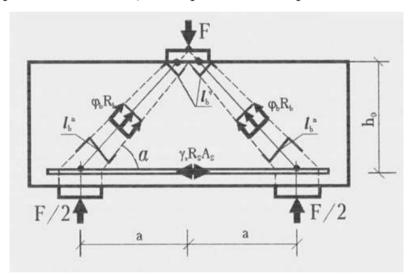


Рис. 3. Схема каркасно-стержневой модели при расчете прочности коротких балок с $a/h_0 \le 1,5$

распределения сжимающих напряжений в опорном сечении и наличие арматуры под грузовой площадкой.

Расчет прочности коротких балок, армированных поперечной арматурой, по сжатой зоне выполняется по формуле

$$S < \gamma_s \ \phi_b \ R_b b \ l_b + \gamma_s \ R_s b \ \mu_{sw} \ l_b \ cos\Theta + \gamma_s \ \phi_s \ R_s \ \mu_{sw} \ bs \ l_b \ sin\Theta, \eqno(4)$$
 где γ_s , ϕ_s - опытные коэффициенты.

Расчет прочности горизонтального арматурного пояса, т.е. расчет балок по растянутой зоне, осуществляется по формуле:

$$T < R_s A_s$$
. (5)

Расчет перемычек над проходами и подкрановых ригелей двухветвевых колонн производится аналогично расчету коротких балок. Расчетные схемы показаны на рис.4.

Усилия в элементах расчетной модели перемычек над проходами определяются по зависимостям (1), (2).

Усилия в элементах расчетной модели подкрановых ригелей вычисляются по зависимостям:

$$S = F/\sin\alpha (1+l_1/l_2), (6)$$

$$T = F/ tg\alpha (1 + l_1/l_2). (7)$$

Рассмотрим расчет трещиностойкости на примере короткой балки. Для определения усилия образования трещин была построена расчетная модель [1], которая представляет собой модификацию каркасно-стержневой модели, принятую для расчета прочности; расчетная схема показана на рис.5.

Усилия в элементах модели определяются по формулам:

$$T^{_{1}}=0.5~F_{crc}~tg(\alpha/2)/sin\alpha$$
 , (8)

$$T=0.5\ F_{s,crc}$$
 /tga , (9)

где Г стс - внешняя сила, при которой образуются наклонные трещины;

 $F^{s,crc}$ - внешняя сила, при которой образуются вертикальные трещины;

 $T_{\,^{1}}\,$ - растягивающее поперечное усилие в наклонном элементе модели;

Т - продольное растягивающее усилие в горизонтальном поясе расчетной модели.

Условие трещиностойкости имеет следующий вид:

$$T_1 < \omega_{bt} R_{bt} b l_{bt} + \gamma_s \sigma_s \mu_{sw} b l_{bt} \cos\Theta, (10)$$

 $T < 0.5 R_{bt} bh + \sigma_s A_s, (11)$

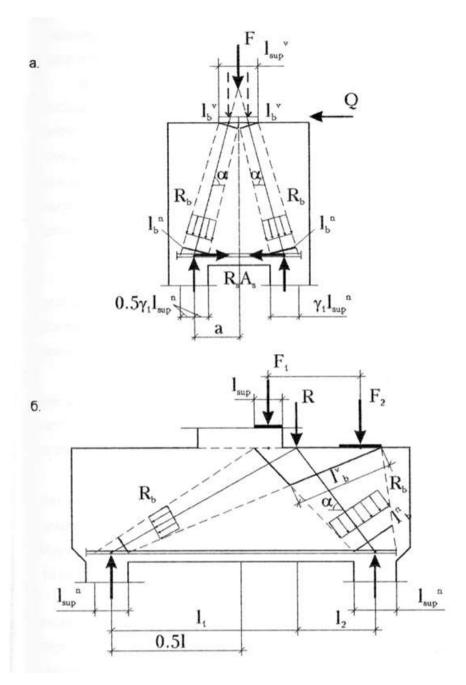


Рис. 4. Расчетная схема перемычек над проходами (а.) и подкрановых ригелей колонн (б.)

где l_{bt} - длина трещины;

 $\sigma_{s}\,$ - напряжения в арматуре;

 $\mu_{\mbox{\tiny sw}}$ - процент поперечного армирования;

 θ - угол между направлением соответствующего вида поперечной арматуры и направлением наклонной сжатой полосы.

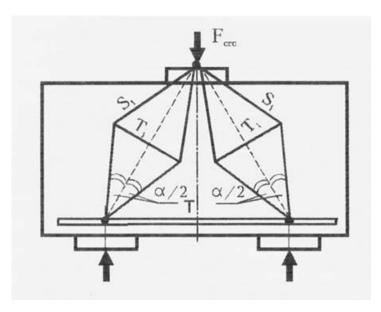


Рис. 5. Расчетная модель для определения трещиностойкости коротких балок

При изучении методов расчета коротких балок необходимо рассмотреть факторы, которые оказывают значительное влияние на их работу. К таким факторам относятся пролет среза, размеры грузовых площадок, поперечное армирование, количество и шаг поперечной арматуры, схемы нагружений, новые схемы армирования коротких балок и их разновидностей.

Коротко остановимся на значении каждого фактора.

Величина пролета среза обусловливает границы, в пределах которых правомочно применение каркасно-стержневой модели. В последние годы было установлено [1], что эта модель может быть использована для балок с пролетом среза менее1,5.

Размеры грузовых площадок влияют на ширину расчетных сжатых наклонных бетонных полос, следовательно, их изучение было необходимым. Исследовалось [1] влияние длины грузовой площадки, равной 10, 20, 30 и 40 см.

Изучалось [1] влияние на прочность наклонных бетонных полос поперечной арматуры. Испытывалась поперечная арматура в виде горизонтальных, вертикальных хомутов и в виде сеток. Исследовались шаг и диаметр указанной арматуры. Шаг принимался равным 5 и 10 см, диаметр изменялся от 6 до 8 мм.

Исследовалась [1] схема нагружения балок и их разновидностей. Изучалась схема сосредоточенного нагружения балки вертикальной нагрузкой при центральном и внецентренном расположении силы, (см. рис.6).

Проводились испытания схемы нагружения коротких балок равномерно распределенной нагрузкой, а также схемы совместного действия вертикальных и горизонтальных сил [1].

Изучались новые варианты армирования перемычек над проходами и подкрановых ригелей двухветвевых колонн [1].

Влияние перечисленных факторов на величины разрушающих усилий графически представлено на рис.7.

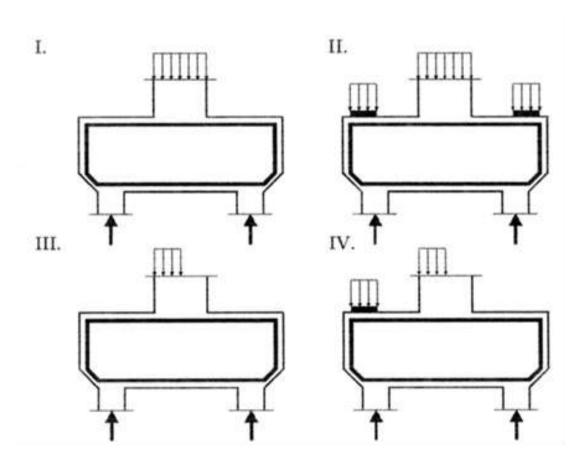


Рис. 6. Схемы нагружения подкрановых ригелей

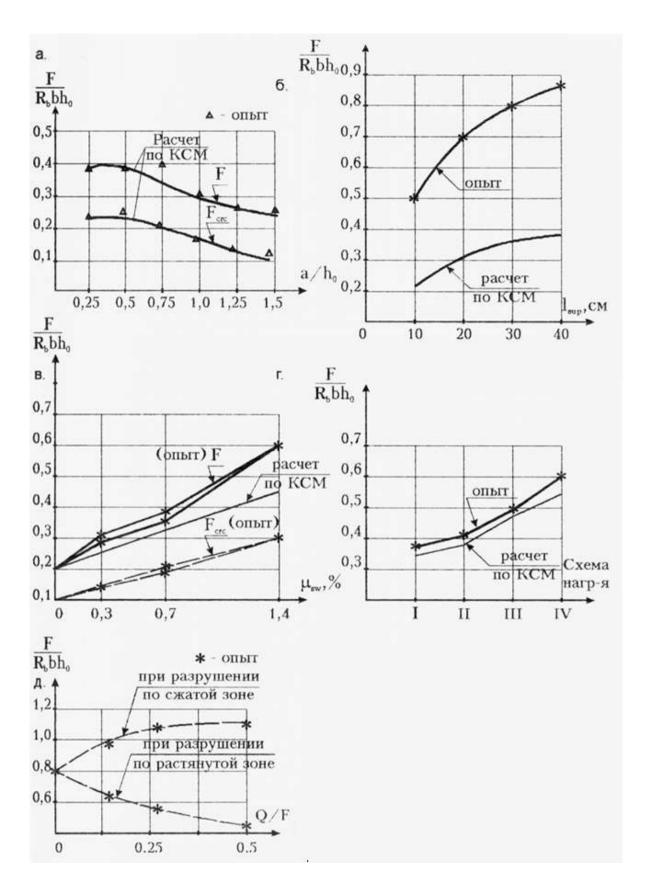


Рис. 7. Влияние различных факторов на величину разрушающей силы, а также на величину усилий образования трещин в коротких балках: а — пролет среза a/h_0 , б — размеры грузовых площадок, в — вид и кол-во поперечной арматуры, г — схемы нагружения (см рис. 6), д — совместное действие F и Q

Библиографический список

- 1. СП 63.13330.2018 «СНиП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения».
- 2. Лаврова О.В. Методика расчета прочности железобетонных коротких балок, усиленных на основе каркасно-стержневой модели // Региональная архитектура и строительство. 2019. № 4. С. 482.
- 3.Электронный научный журнал «Моделирование и механика конструкций» №16, 2022 г.

УДК 624.072.2

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОРОТКИХ БАЛОК ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ИССЛЕДУЕМЫХ ФАКТОРОВ НА ОСНОВЕ ФИЗИЧЕСКОГО И ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Лаврова Ольга Владимировна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительные конструкции».

Голиков Алексей Алексеевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент **Очкин Игорь Анатольевич**

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент

В анализ включены исследования коротких балок, проведенные на основе численного эксперимента [1]. Расчетные модели коротких балок, используемые в расчете по ППП АПЖБК (программа Лира), не приводятся. Они аналогичны расчетным схемам балок, приведенным в [1]. Из многочисленных эпюр распределения нормальных, касательных и главных напряжений в анализ

включены только те, которые выявляют особенности напряженно-деформированного состояния балок.

Рассмотрим особенности напряженно-деформированного состояния коротких балок при изменении пролета среза. Дополнением к ранее известной информации в данном случае является выявление закономерности изменения характера напряженно-деформированного состояния при последовательном изменении пролета среза а/h₀ от 0 до 1,5.

Новыми данными являются влияние пролета среза $a/h_o=0-0,25$; $a/h_o=0,9-1,1$, а также совместный анализ впервые приведенных в единую систему коротких балок. Наиболее наглядно особенности и закономерности изменения напряженно-деформированного состояния рассматриваемых балок демонстрируют нормальные напряжения σ_y . Линии равных напряжений σ_y , а также линии максимальных напряжений σ_y показаны на рис.1.

При этом линия максимальных напряжений имеет строго вертикальный характер, пересекает всю высоту балки от верхней до нижней грани и совпадает с линией действия силы. При $a/h_o \le 0.25$ появляются три зоны местных напряжений под грузовой и опорными площадками.

Слияние зон местного действия сил в нижней зоне находится приблизительно на высоте, равной (0,85-0,8)h от верхней грани балки. При $0,25\le a/h_0\le 0,75$ с удалением опор друг от друга и зон местного действия сил, линии $\sigma_{y,max}$ меняют очертание и ориентируются на линию действия внешней силы.

Особенность заключается в том, что уровень слияния зон местного действия сил над опорными площадками перемещается в сторону верхней грани. При $a/h_o=0.75$ уровень слияния зон местного действия сил располагается на высоте 0.5h. Линии максимальных напряжений σ_y не изменяют своих траекторий. Увеличивается зона растягивающих напряжений (см. рис.1).

По сути, линии одинаковых напряжений σ_y выявляют зоны распространения местных напряжений под опорными и грузовыми площадками. При а/h_o=0 линии равных напряжений демонстрируют плавный переход от верхней к нижней зоне местных напряжений.

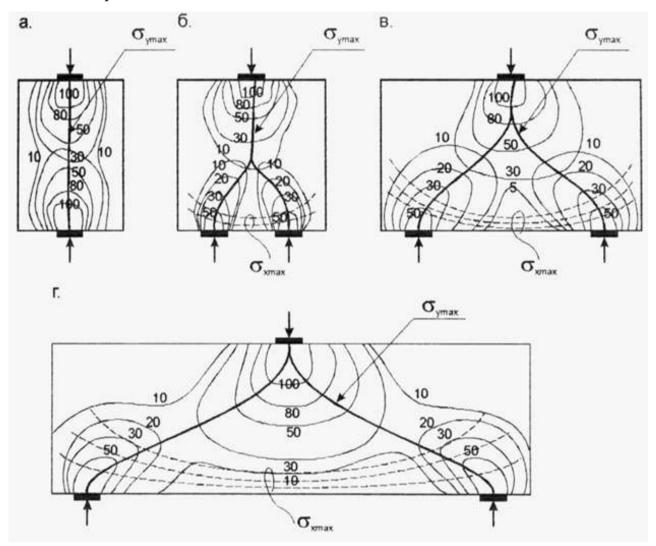


Рис. 1. Характер распределения и линии максимальных напряжений σ_y в коротких балках при увеличении пролета среза a/h_0 . a. - a/h_0 =0; б. - a/h_0 =0,25; в. - a/h_0 =1,5

C дальнейшим ростом a/h_o точка пересечения линий максимальных напряжений перемещается вверх, при $a/h_0=1,5$ указанная точка располагается на пересечении линии действия внешней силы с верхней гранью балки.

Прослеживается закономерность изменения траекторий линий максимальных напряжений σ_y (рис.2), которая заключается в том, что линии $\sigma_{y,max}$ последовательно меняют свою траекторию от вертикального положения

при а/h_o=0 к сложной конфигурации - \bigwedge с раздвоением в нижней части при а/h_o<0,25 и к Λ -образному положению траекторий при дальнейшем росте а/h_o≤1,5 за счет перемещения точки пересечения линий $\sigma_{y,max}$ к верхней грани балки при 0,25<a/h
o>1,5.

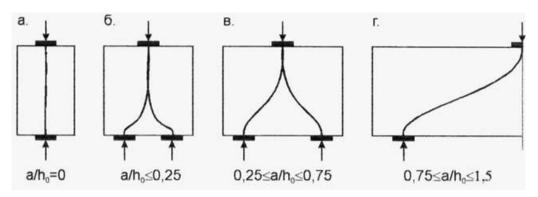


Рис. 2. Схема изменения траекторий трещин в коротких балках при увеличении пролета среза а/h₀

Можно сделать следующие выводы. Выявлено, что после определяющей роли главных напряжений [1] в коротких балках важную роль играют также нормальные напряжения σ_y . Их влияние заключается в повышении сопротивления коротких балок действию сосредоточенных сил в результате сближения зон местного действия сил при $0.3 < a/h_0 < 0.5$. Степень их влияния снижается по мере увеличения пролета среза $(0.5 < a/h_0 < 1.5)$.

Закономерность изменения траекторий линий $\sigma_{y,max}$ в зависимости от роста a/h_0 от 0 до 1,5 в полной мере соответствует характеру образования трещин в бетоне коротких балок.

Рассмотрим особенности напряженно-деформированного состояния коротких балок при изменении размеров грузовых $l_{\text{sup,v}}$ и опорных $l_{\text{sup,d}}$ площадок. В коротких балках с ростом длины грузовых площадок, при $l_{\text{sup,v}} \neq l_{\text{sup,d}}$ изменяется концентрация траекторий главных сжимающих напряжений. При малых значениях $l_{\text{sup,v}} = 4,5$ см $< l_{\text{sup,d}} = 10$ см ширина участка, в пределах которого располагаются максимальные сжимающие напряжения, уменьшается под грузовой и увеличивается над опорными площадками. С увеличением длины грузовой площадки от 4,5 см до 10, 20, 30 см и далее до 40 см пропорционально

растет ширина расчетной бетонной полосы поверху (рис.3). Новым в изучении данного фактора является изменение величины сжимающих напряжений по длине наклонной полосы бетона. Установлено, что максимальные сжимающие напряжения располагаются в сечениях наклонной полосы в уровне грузовой и опорных площадок.

Можно сделать вывод о том, что увеличение размеров грузовых площадок приводит к смещению сечений с максимальными напряжениями в нижнюю часть балки. С другой стороны, с увеличением размеров грузовых площадок увеличивается зона местного действия сил и повышается сопротивление сжатию в наклонных полосах бетона.

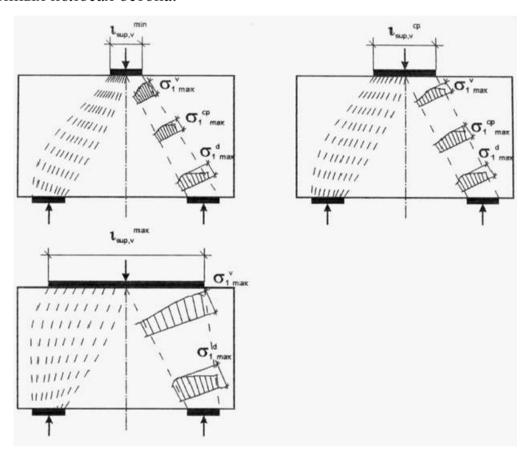


Рис. 3. Характер изменения напряженно-деформированного состояния коротких балок при увеличении длины грузовых площадок $l_{\text{sup,v}}$

Рассмотрим особенность напряженно-деформированного состояния коротких балок при одновременном увеличении размеров грузовых и опорных площадок $l_{\text{sup},v} = l_{\text{sup},d}$. Наиболее характерными и менее изученными являются два случая. Первый случай, когда грани грузовой и опорных площадок

располагаются на одной вертикальной линии. Второй случай, когда соотношение расстояния между гранями грузовой и опорных площадок и высоты балки является весьма малой величиной, а именно $a_1/h_0 \le 0, 1-0, 25$ (рис.4). Первый вид нагружения представляет собой схему, которая часто используется в литературе для демонстрации, условно говоря, чистого среза. Особенностью сопротивления таких балок является характер распределения касательных напряжений, Целесообразно произвести показанный на рис.4. комплексный распределения касательных напряжений как в нормальных, так и в наклонных сечениях при 0<а/h₀≤1,5. Указанные сечения образуются путем соединения граней грузовых и опорных площадок. Анализ показал, что траектория линии максимальных напряжений τ_{max} внутри сжатой полосы, независимо от величины пролета среза и размеров грузовых площадок, приближается к диагоналям наклонных полос, образуемых соединением граней грузовых и опорных площадок. Траектории линий максимальных напряжений τ_{max} , расположенные за пределами сжатой полосы, приближаются к линиям, выделяющим сжатые полосы.

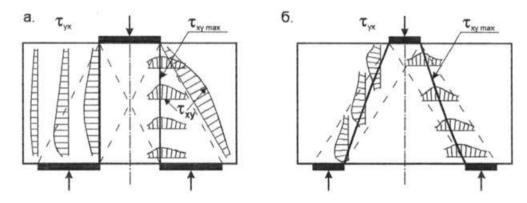


Рис. 4. Характер изменения напряженно-деформированного состояния коротких балок при одновременном увеличении длины грузовых $l_{\text{sup,v}}$ и опорных $l_{\text{sup,d}}$ площадок. а. - $l_{\text{sup,v}}$ = $l_{\text{sup,d}}$ =18 см; б. - $l_{\text{sup,v}}$ = $l_{\text{sup,d}}$ =4,5 см

Можно сделать вывод о том, что линии максимальных касательных напряжений представляют собой линии среза сжатых наклонных полос бетона, расположенных между грузовыми и опорными площадками, и прогнозируют развитие трещин разрушения. В наклонных сечениях, которые, по сути, образуют контур сжатых наклонных полос бетона, эпюры касательных

напряжений и линии τ_{max} представляют собой линии сдвига и прогнозируют образование наклонных трещин, выделяющих сжатые полосы бетона.

При изучении влияния прочности бетона на характер распределения напряжений, их концентрацию, а также на траектории линий максимальных напряжений установлено, что принципиальных изменений напряженно-деформированного состояния не происходит.

Рассмотрим особенности напряженно-деформированного состояния коротких балок при изменении процента армирования μ_s .

При увеличении высоты сечения балок h от 30 до 80 см относительный пролет среза и процент армирования уменьшаются, сжимающие $\sigma_{1,max}$ и растягивающие $\sigma_{2,max}$ напряжения увеличиваются.

Можно сделать вывод о том, что с ростом процента армирования происходит смена определяющего влияния главных сжимающих и растягивающих напряжений. При $\mu_{s,min}$ линии $\sigma_{2,max}$ сосредоточиваются в пределах горизонтального арматурного пояса, расположенного между опорными площадками. Линии $\tau_{xy,max}$ совпадают с диагоналями наклонных полос бетона. Происходит гармонизация напряженно-деформированного состояния коротких балок с характером образования трещин и схемами разрушения коротких балок.

Библиографический список

- 1. СП 63.13330.2018 «СНиП 52-01-2003 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения».
- 2. Лаврова О.В. Методика расчета прочности железобетонных коротких балок, усиленных на основе каркасно-стержневой модели // Региональная архитектура и строительство. 2019. № 4. С. 482.
- 3.Электронный научный журнал «Моделирование и механика конструкций» №16,2022 г.

РАЗРАБОТКА ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ТЕХНИЧЕСКОГО ИЗДЕЛИЯ

Лысый Сергей Петрович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация кандидат технических наук, доцент кафедры «Начертательная геометрия и графика»

Романов Константин Эдуардович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент Волков Александр Михайлович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»,

г. Пенза, Российская Федерация, студент

Хамидов Мехварджон Фузайлович

Республика Таджикистан, г. Турсунзаде

В настоящее время, большинство предприятий стремятся проектировать в трехмерном пространстве. Трехмерные САD — системы предоставляют проектировщику множество вариантов для работы и творчества. При этом они позволяют значительно ускорить процесс выполнения проектной документации. Наряду со скоростью, такие системы повышают точность проектирования, кроме этого, значительно снижается время на корректировку при разработке конструкции.

Для создания трехмерной модели технического изделия нами была выбрана система Компас — 3d. К достоинствам данной программы относятся: оптимальная функциональность, качественное оформление конструкторской документации, отраслевая направленность, удобство использования, быстродействие, простота освоения и оперативная помощь. Современный настраиваемый интерфейс позволяет пользователям комфортно и без лишних сложностей решать поставленные задачи при проектировании изделий.

Эскиз – объект трехмерного моделирования, созданный средствами чертежно-графического редактора. Рассмотрим принцип создания эскиза 1 (рис. 1) [1, 2].

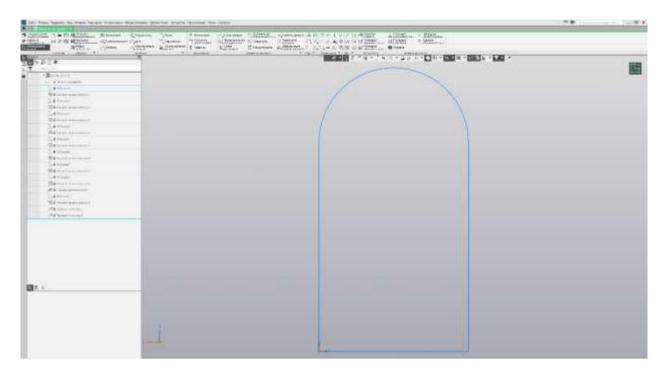


Рис. 1. Схема создания эскиза 1

Элемент выдавливания образуется путем перемещения сечения по прямолинейной направляющей в одну или в обе стороны на заданное расстояние. Для придания объема выполним операцию выдавливания 1 (рис. 2).

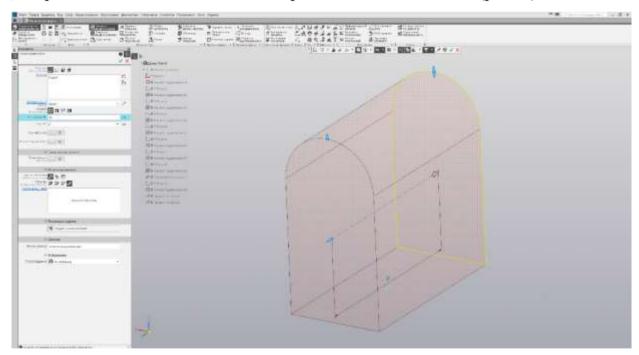


Рис. 2. Схема операции выдавливания 1

Аналогичным образом создаем эскиз 2 (рис. 3). Для удаления материала применяется операция — вырезать выдавливанием. Выполним операцию — вырезать элемент выдавливания 2 (рис. 4).

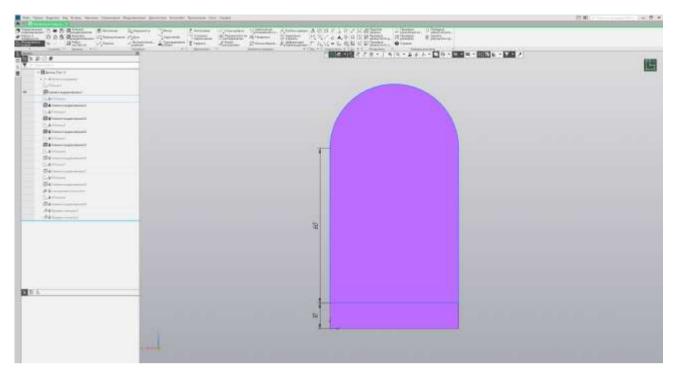


Рис. 3. Схема создания эскиза 2

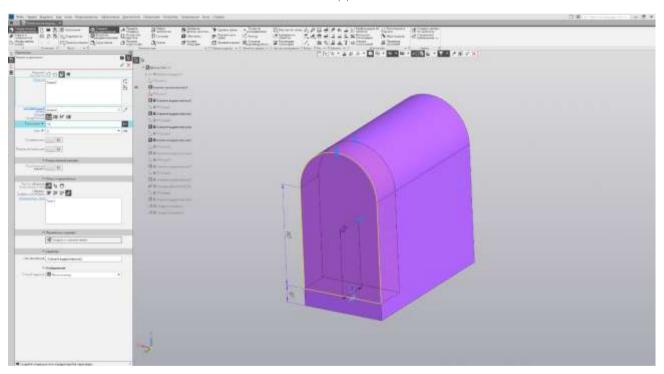


Рис. 4. Схема выполнения операции – вырезать элемент выдавливания 2

Выберем смещенную плоскость. В качестве базовой плоскости может использоваться любой плоский объект, существующий в документе. Добавим относительно боковой грани технического изделия смещенную плоскость 1 (рис. 5) [3, 4].

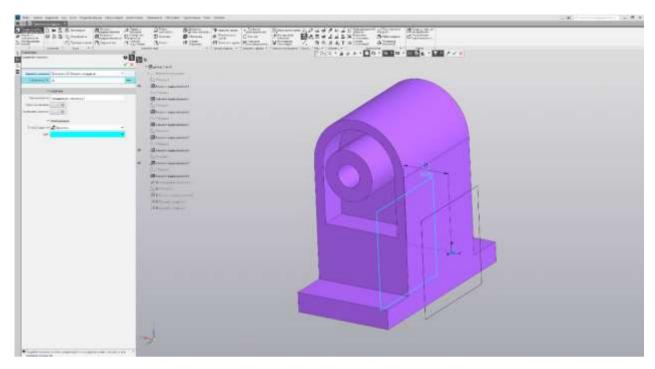


Рис. 5. Схема добавления смещенной плоскости 1 относительно боковой грани технического изделия

Выполним операцию – придать толщину 1 ребру технического изделия (рис. 6).

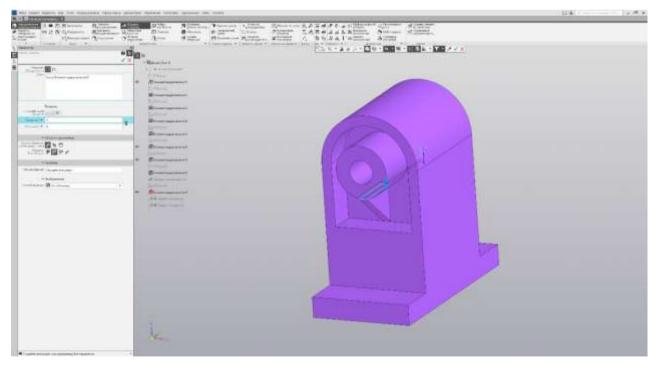


Рис. 6. Схема выполнения операции – придать толщину 1

На рисунке 7 представлен итоговый результат проектирования трехмерной модели технического изделия.

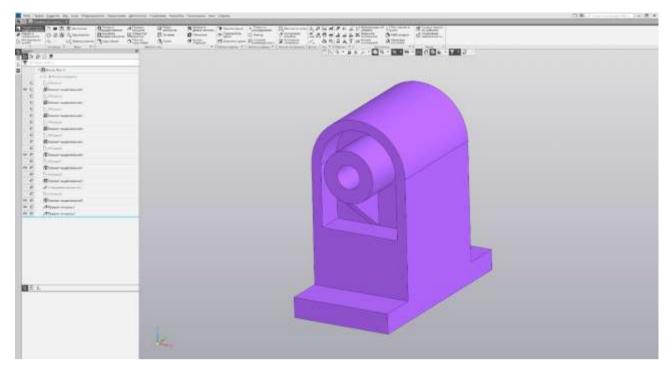


Рис. 7. Итоговый результат проектирования трехмерной модели технического изделия

В работе рассмотрен порядок разработки трехмерной модели технического изделия в программе Компас — 3d. Основное внимание уделено принципам создания эскизов в плоскостях проекций $\pi_1 - \pi_3$. В процессе трехмерного моделирования технического изделия выполнено 9 эскизов различной степени сложности. В работе применялись операции выдавливания, выреза и придания толщины. Изучен процесс работы со смещенной плоскостью. Графически представлены результаты работы основных этапов по созданию трехмерной модели технического изделия.

Библиографический список

- 1. Лысый, С.П. Проектирование изделий в программе Компас 3d / С.П. Лысый, А.И. Гнусарев // Образование и наука в современном мире. Инновации, 2024. № 1 (50). С. 178-183.
- 2. Лысый, С.П. Методы анализа кривых и поверхностей программы Компас 3d / С.П. Лысый, Д.В. Красиков // Образование и наука в современном мире. Инновации, 2024. № 3 (52). С. 236-245.

- 3. Лепаров, М.Н. О геометрических основах проектирования технического объекта [Текст] / М.Н. Лепаров // Геометрия и графика, 2023. Т. 11. № 4. С. 3-14. DOI: https://naukaru.ru/en/nauka/article/75834/view.
- 4. Лысый, С.П. Назначение и особенности программы Компас 3d / С.П. Лысый, С.С. Голдобуев, Д.Н. Абуталипов и др. В сборнике: Информационно-вычислительные технологии и их приложения. Сборник статей XXVII Международной НТК. Под научной редакцией В.В. Кузиной. Пенза, 2023. С. 213-216.

УДК 625.745.1:624.21

МАЛЫЕ МОСТЫ: ПРОБЛЕМЫ И РЕШЕНИЯ

Тарасеева Нелли Ивановна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Геотехника и дорожное строительство»

Акыев Адиль Аждар оглы

ООО «Строительная компания «Лидер»,

г. Пенза, Российская Федерация, главный инженер

Волков Владимир Павлович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика»

Моршанкин Владислав Алексеевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, магистрант

Якашина Анна Владимировна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, магистрант

Вариативность искусственных сооружений на автомобильных дорогах от водопропускных труб и малых мостов до виадуков обусловлена связана как с гидрогеологическими условиями, так инженерно-техническими требованиями к

автомобильным дорогам и искусственным сооружениям, обеспечивающим непрерывное движение и преодоление препятствий природного характера [1].

Необходимым условием развития научно-технического, промышленного и экономического потенциалов региона является обеспечение качественной логистики не только местных субъектов, но и взаимодействие с соседними.

На территории Пензенской области в период с 2019 по 2024 год реализовывался национальный проект «Безопасные качественные дороги», поскольку нормальное функционирование автомобильных и железных дорог невозможно без транспортных сооружений, наиболее распространенными из которых являются мосты и трубы (водопропускные). В этот период восемь искусственных сооружений реконструировали, построили транспортную развязку на 624 км трассы М-5 «Урал», выполнили реконструкцию участка автомобильной дороги по улице 40 лет Октября, состоящая из эстакады через железную дорогу и реку Пенза, путепровода через улицу Рябова и железнодорожные пути, моста через реку Ардым, а также отремонтированы мосты в самом городе Пенза, и наиболее крупных районах области — Бессоновском, Кузнецком, Нижнеломовском, Городищенском и Спасском.

На дорогах общего пользования местного значения городского и сельского поселений ответственность за эксплуатационное состояние несут местные администрации, материально-техническое которых значительно уступает более крупным региональным образованиям. Поэтому в случае возникновения аварийных ситуаций встает вопрос выбора ремонта, капитального ремонта или полной замены инженерного сооружения.

Срок службы мостового сооружения 80-100 лет. Своевременное выявление дефектов, применение современных конструктивных решений, материалов и технологий способствует сохранению проектных параметров в течение всего срока [2, 3].

Наиболее сложная ситуация наблюдается на малых искусственных сооружениях, построенных отчасти «собственными» силами органов местного самоуправления. К примеру, металлический мост, находящийся на подъезде к

селу Колышлейка, через реку Колышлей — был построен хозяйственным способом, т.е. построил сельсовет для нужд населённого пункта (рис. 1). Год постройки неизвестен, поскольку отсутствует техническая документация на сооружение (паспорт). Мост нигде не состоит на балансе. Однако, в настоящее время актуализирована программа "Инфраструктура для жизни. Национальные проекты России" в части "Региональные дороги" по строительству дорог и реконструкции мостов в малых населенных пунктах.



Рисунок 1 – Вид на проезжую часть: а – в прямом направлении, б – в обратном направлении

По результатам визуальных исследований были установлены технические характеристики: статическая схема — балочный однопролетный мост, длиной 12,26 метров состоит из 5 двутавровых балок высотой 460 мм (рис. 2). Подмостовой габарит высотой 1,4 м. Ширина моста по верху — 7,70 м. Покрытие моста — листовой металл в виде ортотропной плиты толщиной 12÷14 мм.

Очевидно, в период строительства данные материал и конструкции были выбраны с целью упрощения индустриальности изготовления, облегченной схемы монтажа, а главное — вес в два раза меньше железобетонной плиты при одинаковых параметрах необходимой на тот момент грузоподъемности. Достаточно длительный срок эксплуатации, изменение интенсивности движения, а также климатические воздействия привели к ухудшению состояния [4].





Рисунок 2 — Вид на пролётное строение (русло реки Колышлейка, старые опоры деревянного моста): а — справа, б — слева

Ha проведения натурных исследований визуальномомент инструментального осмотра выявлены сварочные трещины стыках металлических листов проезжей части. Тонко уложенное асфальтобетонное имеет значительные локальные разрушения. Главные покрытие двутаврового профиля не имеют поверхностной защиты, отсутствует окрасочная изоляция (не зачищены, не грунтованы, не покрашены), что привело к ярко выраженной коррозии несущих элементов пролетного строения и, как результат, снижение долговечности, а главное – грузоподъемности.

В данной однопролетной конструктивной схеме нагрузка от мостового полотна передается на крайние опоры — устои, которые были залиты монолитным бетоном на естественном основании; глубина заложения не известна. На момент визуального осмотра моста крен опоры не обнаружен. Конуса подмостовой части разрушены (рис. 3).



Рисунок 3. Конструкция берегового устоя мостового перехода

Как известно, мосты можно рассматривать не только как транспортное, но и гидротехническое сооружение. В связи с этим для обеспечения долговечности необходим постоянный надзор в том числе и за гидрологическим режимом преодолеваемого водного препятствия. Наблюдаемое загромождение русла реки Колышлейка (рис. 2), в том числе старыми нефункциональными дубовыми сваями при весеннем ледоходе и половодье затрудняют проход, наблюдаемое заиливание и загрязнение русла способствует задержанию влаги и, как результат – подмыв основания, потеря устойчивости.

Ранее [5] исследовали вопросы деформаций переходных плит, основное назначение которых — это обеспечение плавного заезда и съезда транспорта с автомобильной дороги на мост, отличающихся показателями жесткости. При визуальном осмотре обнаружено, что на сопряжении отсутствуют переходные плиты, соответственно нет и деформационных швов, воспринимающих деформации конструкций и основания.

На мостовом полотне не обеспечено безопасное движение транспорта и пешеходов, т.к. отсутствует барьерное ограждение; секции перильного ограждения, высота которого составляет 1 м (при нормативном требовании ГОСТ Р 52289 – 1,2м) также локально отсутствуют. Следовательно, пропуск по нему пешеходов представляет опасность.

Bo время движения легкового транспорта ощущается динамика проезжей металлических листов покрытия части моста. Снижение грузоподъемности металлических мостов со стальным ортотропным настилом произошло в результате коррозии в стальных несущих конструкциях, деформации плиты настила и нарушения совместной с балками работы [2]. Существует опасность для проезда грузового транспорта. Методы вторичной защиты, такие как окраска поверхности, в т.ч. современными материалами, могли бы замедлить процесс ржавления, а также появление и развитие усталостных трещин.

Отсутствие периодического осмотра и работ по содержанию привело к тому, что текущее состояние искусственного сооружения, в т.ч. отсутствие информации о характеристиках несущей способности опор, не позволяет пропуск современной автомобильной нагрузки A11, HK80.

Постоянное развитие научно-технического прогресса, увеличение за последние годы транспортного потока и, соответственно, динамического воздействия на мостовое сооружение, а также климатических факторов привело к физическому и моральному износу объекта исследования.

Оценка износа каждого элемента, включая покрытие, тротуары, перила, сопряжения с насыпью и др., выполненная согласно ОДМ 218.0.018-05, показала износ более 70%, что требует полной замены элементов мостового полотна, поскольку достигнут предел ремонтопригодности (категория состояния Г).

Изучение водного режима и исследования текущего состояния показывают необходимость применения кардинальных решений в части моделирования конструкций элементов мостового перехода на данном участке. Поскольку водоток незначительной мощности, возможно заменить существующее искусственное железобетонную сооружение на прямоугольную водопропускную трубу, для увеличения водопропускной способности двухочковую размером 2х2,5 м (рис. 4). При выборе параметров и формы необходимо учитывать характеристики, получаемы с учетом гидравлического расчета при протекании потока со скоростью, которая не размывает основание [6].

Почему замена моста на трубу на данном участке является наиболее выгодный вариант? Данное решение имеет научно-техническое обоснование, выполненное на основе анализа современных методов исследований и расчетов, которые подтверждают, что по сравнению с малыми мостами, трубы для тех же объемов воды предпочтительнее, поскольку дешевле и проще в эксплуатации. При этом трубы не изменяют условия прохода автотранспортных средств и сами малочувствительны к подвижной нагрузке. Осмотр и оценка водного режима

реки Колышлейка показывают эффективность предлагаемого альтернативного варианта.

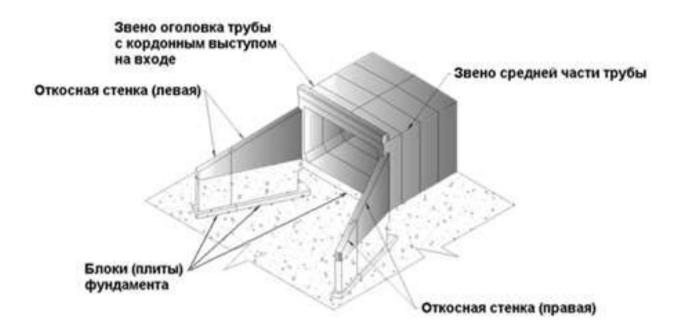


Рисунок 4 – Элементы комплектации прямоугольных звеньев

Вывод:

Интенсивное развитие транспорта требует развития автомобильных дорог и искусственных сооружений на них. При этом важную роль играют своевременные диагностика и планирование мероприятий эксплуатации и содержания. Научно-техническое обоснование и современные методы расчета позволяют привести морально- и физически устаревшие объекты в соответствие нормативным расчетным нагрузкам и требуемой грузоподъемности.

Текущие и периодические осмотры дают возможность определять объем и необходимость проведения планово-предупредительных работ по поддержанию эксплуатационного состояния, а их отсутствие – к нарушению работы моста под нагрузками и воздействиями.

Библиографический список

- 1. Овчинников, И. И. Транспортные сооружения, их виды и области применения / И. И. Овчинников, А. О. Глазачев, И. Г. Овчинников. Уфа: Уфимский государственный нефтяной технический университет, 2024. 89 с. ISBN 978-5-7831-2446-4. EDN IMEWNA
- 2. Бабушкин, А. Ю. Оценка влияния окружающей среды на долговечность металлоконструкций мостов и методы их защиты / А. Ю. Бабушкин, И. И. Овчинников // Вестник евразийской науки. -2024. Т. 16, № 3. С. 47. EDN MDCQEE
- 3. Цирулев И.В., Раткин В.В., Анализ причин аварий и разрушения мостовых сооружений. Обзор чрезвычайных ситуаций и разрушений, произошедших за 2022-2023 годы // Флагман науки: научный журнал. Ноябрь 2023.-СПб, Изд. ГНИИ «Нацразвитие»-2023. № 10(10)
- 4. Условия надежной работы мостовых переходов при воздействии водных потоков / Н. И. Тарасеева, Т. В. Осипова, В. А. Моршанкин, М. Е. Якомазов // Моделирование и механика конструкций. 2024. № 20. С. 128-135. EDN OXGOYP
- 5. Тарасеева, Н. И. Факторы, влияющие на выбор конструкции основания под сопряжения мостового перехода / Н. И. Тарасеева, А. В. Калашников // Моделирование и механика конструкций. 2017. № 5. С. 18. EDN YJWNHT
- 6. Результаты натурных исследований и расчёт параметров водопропускной трубы / Н. И. Тарасеева, Ю. В. Грачева, А. С. Крылов, И. В. Калашникова // Моделирование и механика конструкций. 2020. № 12. С. 147-156. EDN DRYDDX

ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ МНОГОЭТАЖНОЙ МНОГОПРОЛЕТНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ РАМЫ С ПОМОЩЬЮ ПЕРЕКРЕСТНОЙ ДЕМПФИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ СВЯЗЕЙ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Шеин Александр Иванович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация,

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика»

Быков Александр Николаевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, аспирант

Ёров Мухандис Ходиджонович

Республика Таджикистан, г. Душанбе

Исследовался процесс демпфирования сейсмических колебаний железобетонного Построена каркаса. математическая модель расчета многоэтажной железобетонной рамной системы c вертикальными связями, оборудованными тросовыми или трубчатыми перекрестными гидравлическими демпферами. Приведены результаты численного расчета рамной системы с демпфирующими связями. Показан эффект снижения уровня колебаний системой вертикальных связей с демпферами.

В работах [1..12] рассматривались различные подходы гашения колебаний механических систем. В данной статье приведено исследование процесса демпфирования сейсмических колебаний железобетонного каркаса с вертикальными перекрестными связями, оборудованными тросовыми или трубчатыми гидравлическими демпферами.

В уровнях перекрытий каркасных зданий сосредоточены значительные нагрузки (массы), которые, при кинематическом возмущении опор создают большие силы инерции переносного движения. А они в свою очередь, вызывают изгибные колебания колонн. Обычные вертикальные перекрестные связи при сейсмическом воздействии обладают серьезными недостатками: они теряют

устойчивость и рвутся при малых сечениях и наоборот – разрушают колонны в местах крепления к колоннам при сильно развитых сечениях. Демпферы же снижают ударную нагрузку на элементы каркаса, не вызывая его разрушений.

При устройстве перекрестной системы связей рассматривались две основные схемы демпфирующих гидроцилиндров: ленточно-тросовая с гидроцилиндрами одностороннего действия и жесткая трубчатая с жесткими штоками и гидроцилиндрами двухстороннего действия.

Стальные тросы сочетают в себе положительные качества высокопрочной проволоки и горячекатаных профилей. Они имеют примерно такую же прочность, как и высокопрочная проволока, практически неограниченную длину, обладают высокой заводской готовностью. Стальные тросы широко применяются в строительстве в качестве несущих элементов для конструкций с большими пролетами, требующих высокой надежности. К ним относятся:

- * висячие покрытия зданий и сооружений;
- * несущие элементы висячих мостов;
- * канаты канатных дорог.

Кроме того, стальные тросы используются в качестве арматуры для:

- * большепролетных сводов;
- * куполов;
- * железобетонных пролетных строений мостов и путепроводов.

В данном случае мы используем стальные канаты в качестве элементов вертикальных связей для многоэтажных многопролетных зданий с железобетонным каркасом. Каждая ветвь этих связей оборудуется гидроцилиндром одностороннего действия.

Второй тип исследуемых вертикальных связей — жесткие трубчатые вертикальные перекрестные связи с жесткими штоками и гидроцилиндрами двухстороннего действия.

Движение механической системы «рама - демпфирующая система связей» описывалось дифференциальным уравнением МКЭ вида:

$$M\ddot{U} + B\dot{U} + KU = -M\ddot{\Delta},\tag{1}$$

где M – диагональная матрица масс;

U – вектор относительных перемещений;

B — матрица демпфирования (матрица сопротивления движению) железобетонного каркаса и демпфирующей системы связей;

K – матрица жесткости системы;

 $\ddot{\Delta}-$ вектор переносных ускорений, согласно заданной акселерограмме землетрясения.

На рис. 1 и 2 показаны фрагменты связевых отсеков в тросовом и трубчатом исполнении.

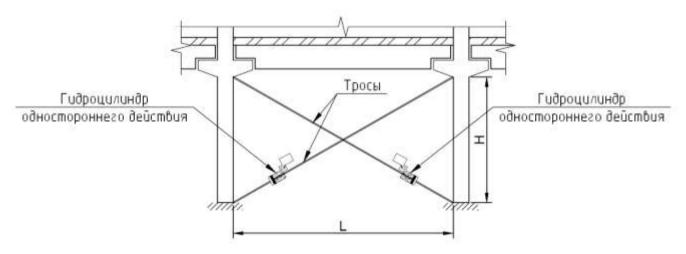


Рис. 1. Фрагмент рамы с перекрестной тросовой системой вертикальных связей, оснащенной гидроцилиндрами одностороннего действия

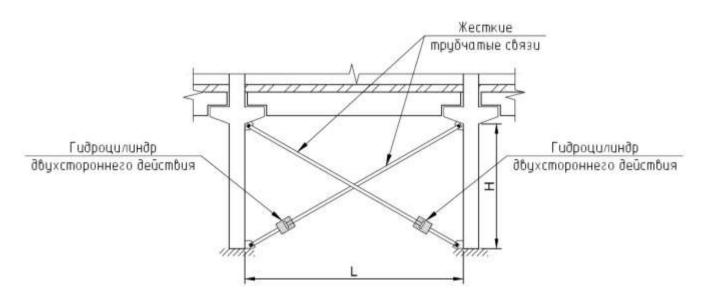


Рис. 2. Фрагмент рамы с системой вертикальных связей, выполненной из труб с гидроцилиндрами двустороннего действия

При определении перемещений узлов каркаса в каждый момент времени применялся метод центральных разностей. При этом ускорения и скорости перемещений узлов для данного момента времени будут выражены соотношениями:

$$\ddot{U}_{t} = \frac{U_{t+\Delta t} - 2 \cdot U_{t} + U_{i-\Delta t}}{(\Delta t)^{2}}, \quad \dot{U}_{t} = \frac{U_{i+\Delta t} - U_{i-\Delta t}}{2\Delta t};$$
(2, 3)

где $U_{t+\Delta t}$ — перемещение в следующий момент времени, м; U_{tt} — перемещение в данный момент времени, м; $U_{t-\Delta t}$ — перемещение в предыдущий момент времени, м; Δt — шаг времени, с.

На каждом шаге по времени определяем:

$$U_{t+\Delta t} = [M / (\Delta t)^{2} + B / (2\Delta t)]^{-1} \cdot [-M \ddot{\Delta}_{t} - K \cdot U_{t} - M(U_{t-\Delta t} - 2U_{t}) / (\Delta t)^{2} + BU_{t-\Delta t} / (2\Delta t)].$$
(4)

Для большей наглядности численных экспериментов с гидравлическими демпферами, демпфирующий эффект собственно железобетонного каркаса не учитывался, и матрица демпфирования собиралась только для узлов с гидроцилиндрами.

Будем полагать, что коэффициент сопротивления движению вязкой жидкости определяется соотношением:

$$\alpha = 1256\mu IA_{p}^{2} / (\pi d^{4}),$$
 (5)

в размерности [$\Pi a \cdot c$]. Здесь μ -коэффициент вязкости, I-длина отверстия, A_{ρ} -площадь поршня, d-диаметр отверстия.

Для перекрестной системы с жесткими (трубчатыми) связями рассеивание энергии движения в обоих демпферах каждого этажа происходит непрерывно во все время движения. Для перекрестной системы связей с тросами и гидроцилиндрами одностороннего действия демпфер участвует в работе только при увеличении растяжения троса. При невыполнении этого условия движение происходит в условиях отсутствия сопротивления движению в гидроцилиндре (холостой ход).

Численные исследования.

Расчет выполнялся по акселерограмме землетрясения произошедшего 25.05.2001 в 105 км юго-восточнее тихоокеанского побережья острова Итуруп, оцененного в 8 баллов по MSK-64 (с максимальными ускорениями порядка 6 м/с². (рис.1).

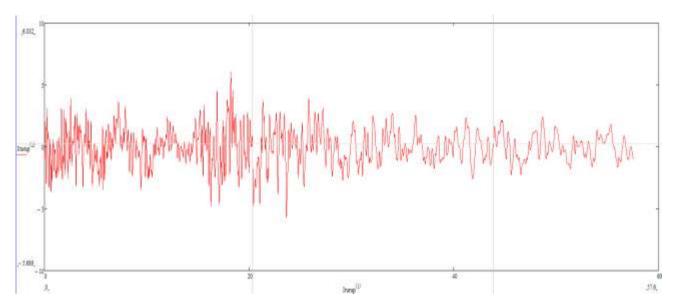


Рис. 1. Акселерограмма землетрясения

Исходные данные для численного расчета (трехпролетная трехэтажная железобетонная рама пролетом 6 м с системой перекрестных связей): Колонны железобетонные сечением 400х400, балки выполнены из железобетона сечением 300х600. Вертикальные связи в первом варианте расчетной схемы (рис. 4) выполнены из металлической трубы сечением 100х100х4, во втором варианте расчетной схемы из металлического троса диаметром 25 мм.

Решение дифференциального уравнения движения выполнялось методом центральных разностей с шагом по времени $\Delta t = 0,0005\,$ с в течении промежутка времени $50\,$ с.

После превышения критических параметров устойчивости или прочности вертикальной связи на одном из этажей, происходит разрыв сначала одного троса, а затем разрыв второго троса на этаже. На рис. 8. после 7,3 секунд наблюдается разрыв одного из тросов рамной системы, что в последствии

вызывает обрыв второго троса рамы и увеличение перемещений системы, работающей уже как система без вертикальных связей.

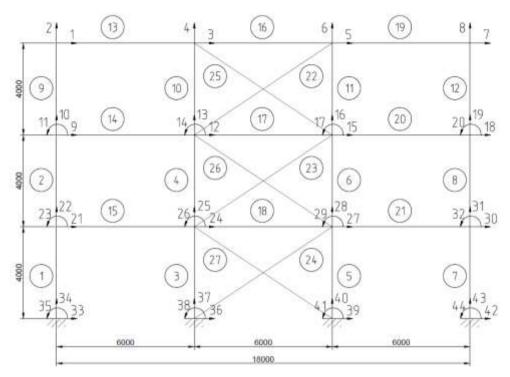


Рис.4. Расчетная схема рамы с пролетом 6 м

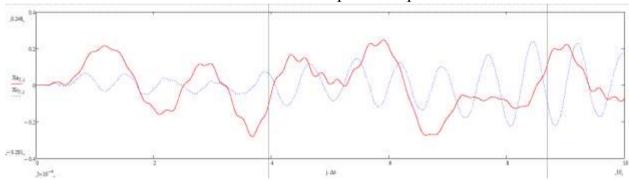


Рис. 5. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями (синий цвет) и для системы без связей (красный цвет) на уровне третьего этажа

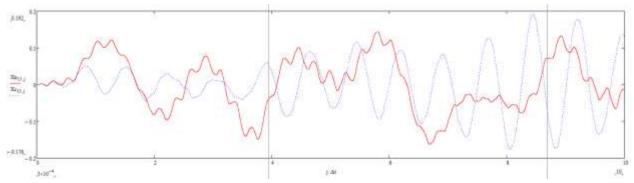


Рис. 6. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями (синий цвет) и для системы без связей (красный цвет) на уровне второго этажа

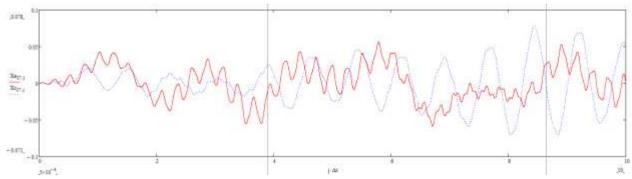


Рис.7. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями (синий цвет) и для системы без связей (красный цвет) на уровне первого этажа

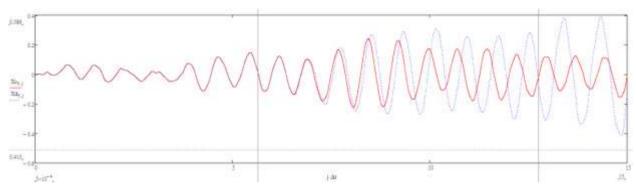


Рис. 8. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями (красный цвет) и для системы с жесткими трубчатыми связями, работающими под предельной нагрузкой (синий цвет) на уровне третьего этажа

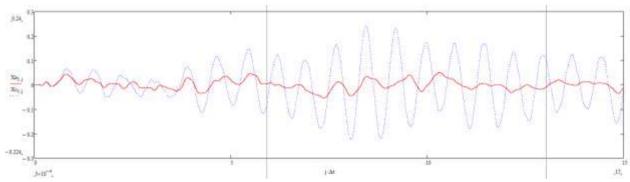


Рис. 9. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (красный цвет) и для системы с жесткими трубчатыми связями (синий цвет) на уровне третьего этажа

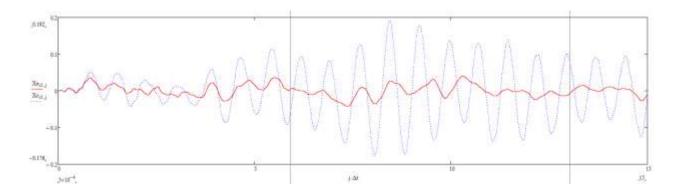


Рис.10. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (красный цвет) и для системы с жесткими трубчатыми связями (синий цвет) на уровне второго этажа

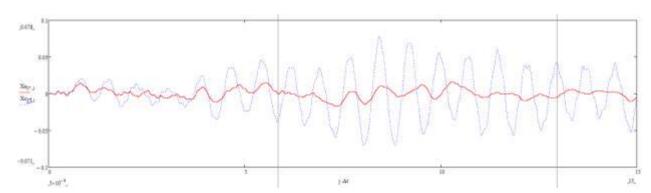


Рис.11. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (красный цвет) и для системы с жесткими трубчатыми связями (синий цвет) на уровне первого этажа

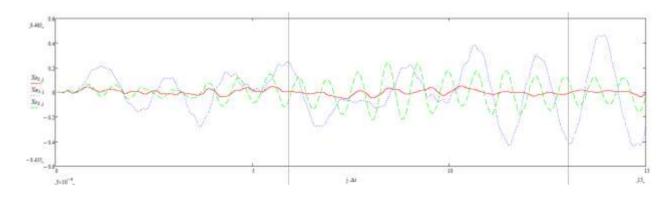


Рис.12. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (красный цвет) и для системы с жесткими трубчатыми связями (зеленый цвет) и системой без связей (синий цвет) на уровне третьего этажа

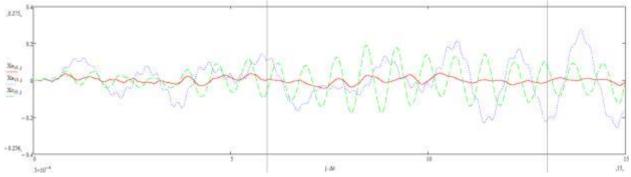


Рис.13. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (красный цвет), для системы с жесткими трубчатыми связями (зеленый цвет) и системы без связей (синий цвет) на уровне второго этажа

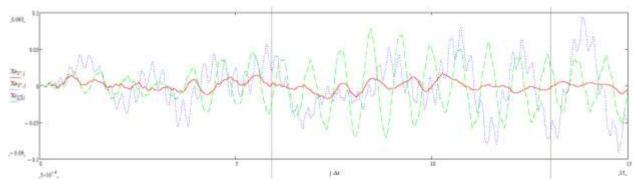


Рис.14. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (красный цвет), для системы с жесткими трубчатыми связями (зеленый цвет) и системы без связей (синий цвет) на уровне первого этажа

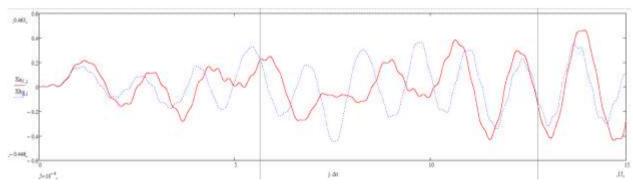


Рис.15. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами (синий цвет) и системы без связей (красный цвет) на уровне третьего этажа

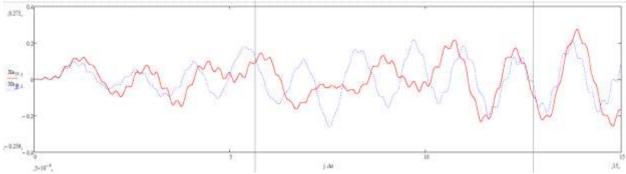


Рис.16. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами (синий цвет) и системы без связей (красный цвет) на уровне второго этажа

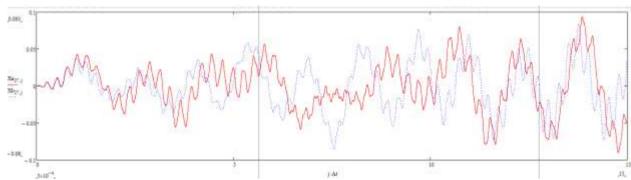


Рис.17. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами (синий цвет) и системы без связей (красный цвет) на уровне третьего этажа

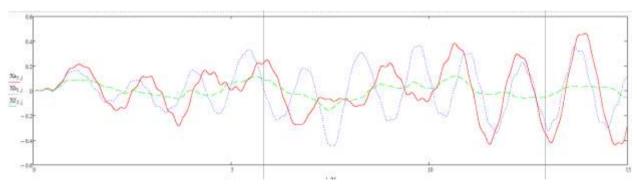


Рис.18. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами (синий цвет), системы без связей (красный цвет) и системы с тросами и гидроцилиндрами (зеленый цвет) на уровне третьего этажа

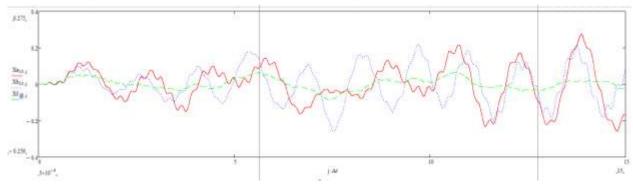


Рис.19. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами (синий цвет), системы без связей (красный цвет) и системы с тросами и гидроцилиндрами (зеленый цвет) на уровне второго этажа

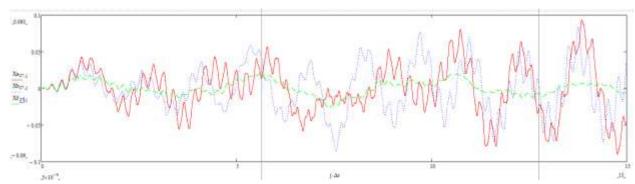


Рис.20. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами (синий цвет), системы без связей (красный цвет) и системы с тросами и гидроцилиндрами (зеленый цвет) на уровне первого этажа

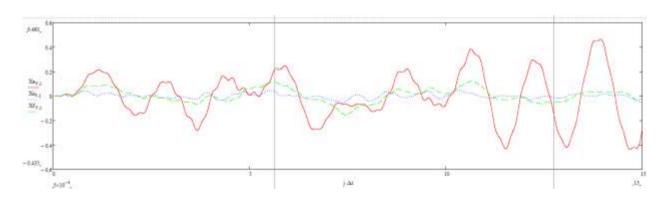


Рис.21. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами и гидроцилиндрами (зеленый цвет), системы без связей (красный цвет) и системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (синий цвет) на уровне третьего этажа

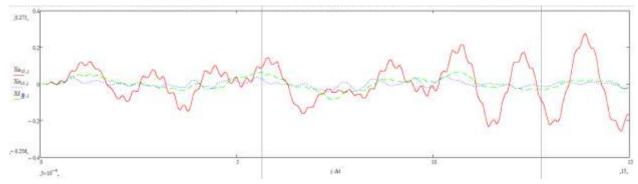


Рис.22. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами и гидроцилиндрами (зеленый цвет), системы без связей (красный цвет) и системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (синий цвет) на уровне второго этажа

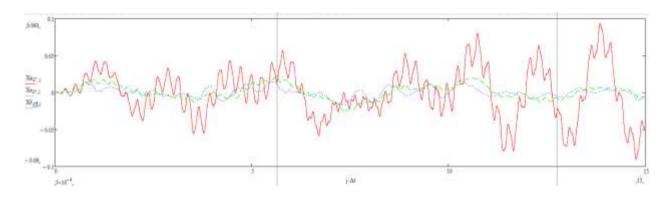


Рис.23. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами и гидроцилиндрами (зеленый цвет), системы без связей (красный цвет) и системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (синий цвет) на уровне первого этажа

Исходные данные для численного расчета (трехпролетная трехэтажная железобетонная рама пролетом 12 м. с системой перекрестных связей): Колонны железобетонные сечением 400х400, балки выполнены из железобетона сечением 280х890. Вертикальные связи в первом варианте расчетной схемы (рис. 24) выполнены из металлической трубы сечением 100х100х4, во втором варианте расчетной схемы из металлического троса диаметром 25 мм.

Расчет выполнялся методом центральных разностей с шагом по времени $\Delta t = 0,0005\,$ с в течении промежутка времени 50 с.

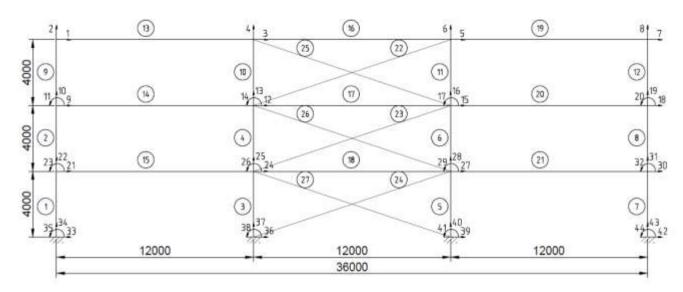


Рис.24. Расчетная схема рамы с пролетом 12 м

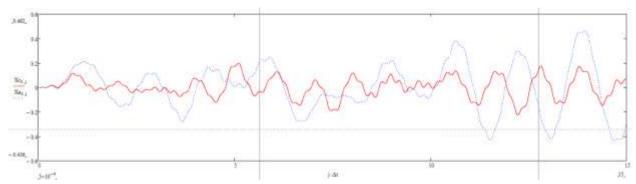


Рис.25. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями (красный цвет) и для системы без связей (синий цвет) на уровне третьего этажа

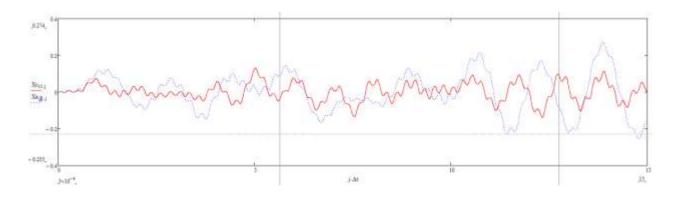


Рис.26. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями (красный цвет) и для системы без связей (синий цвет) на уровне второго этажа

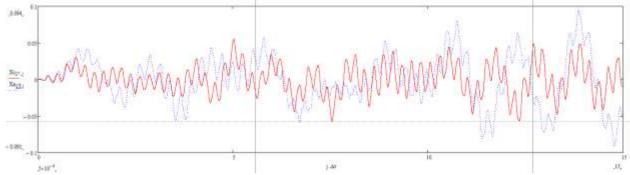


Рис.27. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с жесткими трубчатыми связями (красный цвет) и для системы без связей (синий цвет) на уровне первого этажа

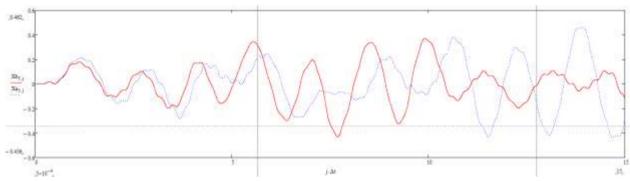


Рис.28. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами (красный цвет) и системы без связей (синий цвет) на уровне третьего этажа

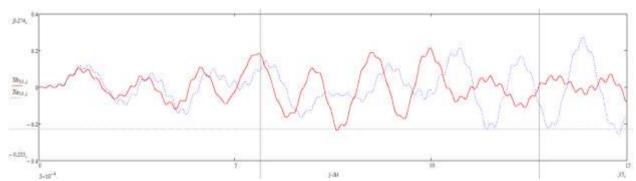


Рис.29. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами (красный цвет) и системы без связей (синий цвет) на уровне второго этажа

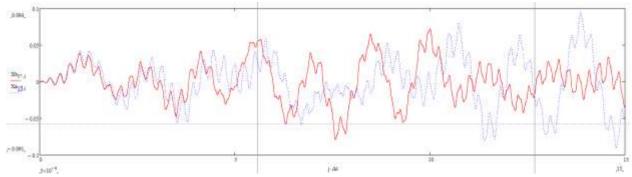


Рис.30. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами (красный цвет) и системы без связей (синий цвет) на уровне первого этажа

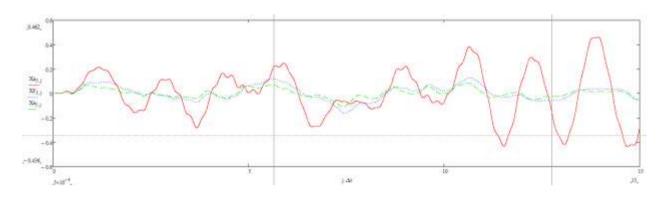


Рис.31. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами и гидроцилиндрами (синий цвет), системы без связей (красный цвет) и системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (зеленый цвет) на уровне третьего этажа

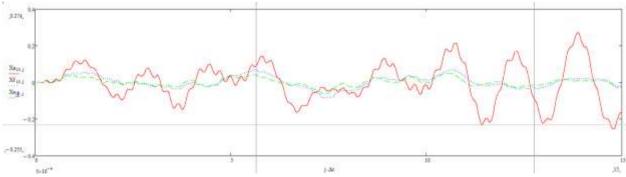


Рис.32. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами и гидроцилиндрами (синий цвет), системы без связей (красный цвет) и системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (зеленый цвет) на уровне второго этажа

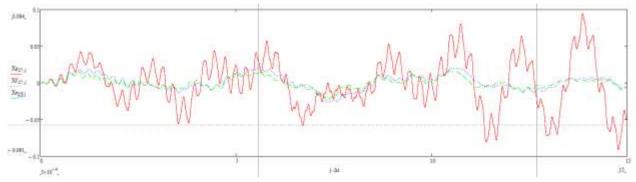


Рис.33. Сравнение графиков зависимости перемещений от времени для системы с тросами и гидроцилиндрами (синий цвет), системы без связей (красный цвет) и системы с жесткими трубчатыми связями и гидроцилиндрами (зеленый цвет) на уровне первого этажа

Таблица 1 — Сравнительная таблица эффективности уменьшения колебаний относительно расчетной схемы без связей

	Расчетная схема	Первый этаж (%)	Второй этаж (%)	Третий этаж (%)	Средний процент эффективности (%)
1	Рама с трубами	18,6	30,6	48,3	32,5
2	Рама с тросами	24	22,9	19,7	22,2
3	Рама с тросовыми гидроцилиндрами	74,3	72,1	69,1	71,8
4	Рама с трубчатыми гидроцилиндрами	81,4	84,5	88,3	84,7

Из таблицы 1 видно, что система с трубами в среднем на 10-20% эффективнее снижает значения перемещений системы от сейсмической нагрузки. Система с тросовыми и трубчатыми гасителями колебаний на 50-60% эффективнее справляется со снижением перемещений системы. Если сравнивать гашение колебаний тросовых и трубчатых демпферов, то можно отметить, что система с трубчатым демпфером в среднем на 15% эффективнее тросовой.

Выводы.

Построена математическая модель расчета многоэтажной железобетонной рамной системы с перекрестными связями, оборудованными тросовыми или трубчатыми гидравлическими демпферами.

Построена математическая модель расчета железобетонной рамной системы с перекрестными связями пролетами 6 и 12м., оборудованной тросовыми или трубчатыми демпферами. Приведены результаты численного расчета различных вариаций железобетонной рамной системы: с жесткими перекрестными трубчатыми связями, системой без связей, системой с тросами, а также тросовые или трубчатые системы, оборудованные гидравлическими демпферами одностороннего и двухстороннего действия.

Показан эффект снижения уровня колебаний системой вертикальных связей с демпферами. Сопоставление канатных и трубчатых систем показывает близкие значения демпфированных перемещений с небольшим преимуществом трубчатой системы с гидроцилиндрами двухстороннего действия в двух вариантах рамы. Однако нужно отметить, что тросовая система связей более надежна в эксплуатации, нежели трубчатая.

Библиографический список

- 1. Денисов Е.В. Динамический гаситель колебаний длинномерных конструкций балочного типа / Е.В. Денисов, С.А. Фоменко. // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Выпуск 8. 2014. URL: http://elib.bsut.by/bitstream/handle/123456789/3488/Денисов%20Е.%20В.%2 ОДинамический%20гаситель%20колебаний.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- 2. Катпин А. Краткий обзор устройств гашения колебаний / Катпин А., Мойзес //ХХ Международная научно-практическая конференция «Современные техника и технологии». -Томский политехнический университет, г. Томск
- 3. Mohammad Froozanfar. Review of self-centering rocking systems for State of earthquake-resistant building structures: the art / Mohammad Froozanfar, Saber Moradi, Reza Kianoush, Matthew S. Speicher, Luigi Di Sarno // Journal of Building Engineering. Volume 84, 1 2024. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S235271022400175X
 - 4. Kai Yang. Frame jack-enhanced viscous damping approach for efficient

- seismic mitigation of airport control / Kai Yang, response towers Zhenhua Xu, Yijia Ma, Minjun Wu, Zhipeng Zhao, Chao Luo // Structures. Volume 66, August 2024. URL: https://www.sciencedirect.com/ science/article/pii/S2352012424010117
- 5. O.A. Burtseva. Roller Seismic Impact Oscillation Neutralization System for High-rise Buildings / O.A. Burtseva, A.N. Tkachev, S.A. Chipko // Procedia Engineering. Volume 129, 2015. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705815039302?ref=pdf_download&fr=RR-2&rr=8d74c92eac29e313
- 6. L. Zoccolini. Fluid Viscous Dampers for seismic protection of bridges: a State of the Art/ L. Zoccolini, E. Bruschi, C. Pettorruso, D. Rossi, V. Quaglini // Procedia Structural Integrity. Volume 62, 2024. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2452321624006784
- 7. Ayman Abd-Elhamed. Tuned liquid damper for vibration mitigation of seismic- excited structures on soft soil / Ayman Abd- Elhamed, Mohamed Tolan // Alexandria Engineering Journal. Volume 61, Issue 12, December 2022. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1110016822002253
- 8. Alexander Shein and Alexander Chumanov, Modified method of variable elasticity parameters for solving problems of dynamics of rod systems taking into account physical and geometric nonlinearities / Shein A.I., Chumanov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 960, 5th World Multidisciplinary Civil Engineering-Architecture-Urban Planning Symposium WMCAUS 15-19 June 2020, Prague, Czech Republic 2020 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 960 042066. Scopus
- 9. Шеин А.И. Определение параметров ленточно-тросового гасителя с торсионом или гидроцилиндром одностороннего действия / Шеин А.И., Чуманов А.В., Земцова О.Г. // Региональная архитектура и строительство № 2(55)/2023. стр. 69-76. Свидетельство о регистрации ПИ ФС77-25956 от 13 октября 2006 г., ISSN 2072-2958;

https://library.pguas.ru/xmlui/bitstream/handle/123456789/

3136/Nomer%2055.pdf?sequence=1&isAllowed=y;

DOI https://doi.org/10.54734/20722958_2023_2_69, RSCI

- 10. Shein, A.I. Tape system for damping vibrations of mesh domes with a central mount for seismic impacts / Shein A.I., Chumanov A.V. // International Scientific Conference on Innovations and Technologies in Construction./ BuildInTech BIT 2020. Innovations and Technologies in Construction, p.100-107. Scopus
- Shein A. I. Belt Vibration Damping System for Closed-Type Domes / Shein A. I., Chumanov A. V. // Lecture Notes in Civil Engineering (LNCE, vol. 160. P. 245-252(2021). Environmental and Construction Engineering: Reality and the Future, Lecture Notes in Civil Engineering 160, https://doi.org/10.1007/978-3-030-75182-1_33. Scopus
- 12. А.И., Чуманов Шеин B.A. Система перекрестных связей производственных основе ленточно-тросовых гасителей цехов на гидроцилиндрами одностороннего действия при сейсмических воздействиях / Шеин А.И., Чуманов В.А. // Региональная архитектура и строительство, №2 (59), 2024., c. 143-148.
- 13. DOI: https://doi.org/10.54734/20722958 2024 2 143 ISSN: 2072-2958.

СОДЕРЖАНИЕ

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ СВАЙНЫХ ФУНДАМЕНТОВ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ В УСЛОВИЯХ
ВЕЧНОЙ МЕРЗЛОТЫ 4
Абдуллазянов Эдвард Юнусович
ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет»,
г. Казань, Российская Федерация,
кандидат технических наук, доцент, ректор
Поляков Леонид Григорьевич
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и
строительства», г.Пенза, Российская Федерация,
кандидат технических наук, доцент кафедры «Начертательная
геометрия и графика»
Гарькина Валерия Александровна
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и
строительства», г.Пенза, Российская Федерация, студент
ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХГРАННЫХ СЕЧЕНИЙ
РЕШЕТЧАТЫХ ОПОР НА ПРИМЕРЕ ОПОРЫ ВОЗДУШНОЙ ЛИНИИ
МАРКИ У110-4+5
Адушкин Константин Геннадьевич
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург,
Российская Федерация, аспирант
Сабитов Линар Салихзанович
НИУ «Московский государственный строительный университет»,
г. Москва, Российская Федерация
доктор технических наук, профессор, советник РААСН,
профессор кафедры «Технология и организация строительного производства»
Агафонкина Наталья Викторовна
ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и
строительства, г. Пенза, Российская Федерация,
кандидат технических наук, доцент кафедры «Экономика,
организация и управление производством»
Гарькина Валерия Александровна

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и

строительства, г. Пенза, Российская Федерация, студент

ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ НЕОДНОРОДНЫХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ	11
Бакушев Сергей Васильевич ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и	
строительства, г. Пенза, Российская Федерация,	
доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»	
ОСЕВОЕ РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ НЕОДНОРОДНЫХ УПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ	24
Бакушев Сергей Васильевич	
ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г.Пенза, Российская Федерация.	
доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»	
Лабашина Дарья Михайловна	
ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет	
архитектуры и строительства, г.Пенза, Российская Федерация, студент	
ПРОГИБЫ В МНОГОСЛОЙНЫХ БАЛКАХ	38
Бакушев Сергей Васильевич	
ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и	
строительства, г.Пенза, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»	
Ахмедханов Хаким Рагимханович	
Республика Дагестан, студент	
К ВОПРОСУ О РАВНОПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ	
НЕОДНОРОДНЫХ СТЕРЖНЕЙ	49
Бакушев Сергей Васильевич	
ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация,	
доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»	
Мирзаханов Магомед Рамисович	
Республика Дагестан, студент	
К ВОПРОСУ О РАВНОПРОЧНОСТИ НЕОДНОРОДНЫХ УПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ КРУЧЕНИИ	60
Бакушев Сергей Васильевич	00
ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и	
строительства, г.Пенза, Российская Федерация.	
доктор технических наук, профессор кафедры «Механика»	
Дворянкина Евгения Андреевна	
ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства г Пенза Российская Федерация студент	

ИНФОРМАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ	
СТЕН И ПРОСТЕНКОВ КИРПИЧНОГО ДОМА С ПОМОЩЬЮ	
ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ	68
Викторов Валерий Васильевич	
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и	
строительства» г. Пенза, Российская Федерация,	
к. т. н., доцент кафедры «Строительные конструкции»	
Викторова Ольга Леонидовна	
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и	
строительства», г. Пенза, Российская Федерация,	
к. т. н., доцент кафедры «Городское строительство и архитектура»	
Субхонов Ораш Хасанович	
Республика Таджикистан	
Куприянова Алина Евгеньевна	
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и	
строительства». г. Пенза, Российская Федерация, студентка	
ТЕХНИЧЕСКАЯ ЭКСПЕРТИЗА:	
ОБЪЕКТЫ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ	84
Гарькин Игорь Николаевич	
ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов	
им. Патриса Лумумбы», г. Москва, Российская Федерация,	
кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Архитектура,	
реставрация и дизайн»	
Гарькина Ирина Александровна	
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет	
архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация,	
доктор технических наук, профессор, заведующий	
кафедрой «Математика и математическое моделирование»	
Кудишина Алина Эдуардовна	
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и	
строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент	
ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ МОНИТОРИНГА	
СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ КУЛЬТУРНОГО НАСЛЕДИЯ	91
Гарькин Игорь Николаевич	71
ФГАОУ ВО «Российский университет дружбы народов им. Патриса	
Лумумбы», г. Москва, Российская Федерация,	
зтумумові», г. тосква, т оссийская Феверацая, кандидат технических наук заведующий кафедрой «Архитектура	

Гарькина Ирина Александровна

реставрация и дизайн»

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация,

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математика и математическое моделирование»

Кудишина Алина Эдуардовна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент

ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦ ЖЁСТКОСТИ СТЕРЖНЯ ПРИ ЕГО ИЗГИБНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ

Евсеев Александр Евгеньевич

ФГБОУ ВО Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, г. Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика»

Машин Валерий Михайлович

ООО «СпецПроектЦентр», г. Пенза, Российская Федерация. кандидат технических наук

Евсеев Илья Александрович

ООО «СФ ТЦС», г. Москва, Российская Федерация. инженер-конструктор **Михаэл Марселино Самех Сабер** Египет, г. Каир

ВАРИАНТЫ УСИЛЕНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ РЕБРИСТЫХ ПЛИТ 111 Зернов Владимир Викторович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика»

Зайцев Михаил Борисович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика»

Эргашев Эмомали Аскарович

Республика Таджикистан, Согдийская обл. п.г.т. Нау

Давлатов Темурджон Эмомалиевич

Республика Таджикистан, г. Душанбе, студент

ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ И ПРОДОЛЬНОЙ АРМАТУРЫ НА ПРОЧНОСТЬ СЖАТЫХ БЕТОННЫХ ПОЛОС СОПРЯЖЕНИЯ РИГЕЛЕЙ

С КОНСОЛЯМИ КОЛОНН СБОРНО-МОНОЛИТНЫХ КАРКАСОВ

116

96

Комаров Виктор Александрович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация к.т.н., доцент, профессор кафедры «Строительные конструкции»

Ласьков Сергей Николаевич ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, ассистент кафедры «Строительные конструкции»	
АНАЛИЗ МЕТОДОВ РАСЧЕТА КОРОТКИХ БАЛОК И ИХ РАЗНОВИДНОСТЕЙ Лаврова Ольга Владимировна ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительные конструкции» Голиков Алексей Алексеевич ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент	122
Очкин Игорь Анатольевич ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент	
РАЗРАБОТКА ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ТЕХНИЧЕСКОГО ИЗДЕЛИЯ Лысый Сергей Петрович ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация кандидат технических наук, доцент кафедры «Начертательная геометрия и графика» Романов Константин Эдуардович ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, студент Волков Александр Михайлович ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет», г. Пенза, Российская Федерация, студент Хамидов Мехварджон Фузайлович Республика Таджикистан, г. Турсунзаде	137
МАЛЫЕ МОСТЫ: ПРОБЛЕМЫ И РЕШЕНИЯ Тарасеева Нелли Ивановна ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Геотехника	142

Акыев Адиль Аждар оглы

и дорожное строительство»

OOO «Строительная компания «Лидер»,

г. Пенза, Российская Федерация, главный инженер

Волков Владимир Павлович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика»

Моршанкин Владислав Алексеевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, магистрант

Якашина Анна Владимировна

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, магистрант

ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ МНОГОЭТАЖНОЙ МНОГОПРОЛЕТНОЙ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ РАМЫ С ПОМОЩЬЮ ПЕРЕКРЕСТНОЙ ДЕМПФИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ СВЯЗЕЙ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЗМУШЕНИЯХ

150

Шеин Александр Иванович

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», г. Пенза, Российская Федерация, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Механика»

Быков Александр Николаевич

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства»,

г. Пенза, Российская Федерация,

аспирант Ёров Мухандис Ходиджонович

Республика Таджикистан, г. Душанбе

Научное издание

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ В СОВРЕМЕННОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Материалы XII Международной научно-технической конференции. – Пенза, 2025

Под редакцией доктора технических наук, профессора, зав. кафедрой «Механика» А.И. Шеина

Подписано в печать 29.05.25. Формат 60x84/16 Электронный вариант. Усл. печ. л. 10,17. Уч.-изд. л. 11. Заказ № 99

Издательство ПГУАС 440028, г. Пенза, ул. Германа Титова, 28